

Zbigniew KUCHTA*
Katarzyna PIŁAT*

Zastosowanie modelu realnego cyklu koniunkturalnego Hansena do gospodarki Polski¹

Wstęp

Modele realnego cyklu koniunkturalnego (RBC) stanowią ważny punkt w badaniach nad cyklicznością gospodarki. Istota tych modeli polega na ujęciu *agregatowych zmiennych ekonomicznych jako wyniku decyzji podejmowanych przez indywidualnych agentów postępujących zgodnie z maksymalizacją ich użyteczności przy ograniczeniu możliwościami produkcyjnymi i warunkiem ograniczonych zasobów* [Plosser, 1989, s. 53]. Ponadto, co charakterystyczne, wszystkie podmioty posiadają racjonalne oczekiwania i działają na doskonałe konkurencyjnych, kompletnych i ciągle oczyszczających się rynkach przy braku asymetrii informacyjnej (por. [Stadler, 1994, s. 1750-1751]). Występująca w modelach RBC cykliczność agregatów makroekonomicznych wynika z uwzględnienia w strukturze modelu egzogenicznych zaburzeń podażowych, które wpływają na wielkość wytworzonego produktu. Dodatni szok podażowy powoduje nieoczekiwane podniesienie poziomu produktu, który „wyrzuca” model ze stanu długookresowej równowagi. Niespodziewany wzrost produktu, dzięki wygładzaniu konsumpcji przez gospodarstwa domowe, opóźnieniom w procesie inwestycyjnym oraz międzyokresowej substytucji pracy, pozwala uzyskać zbliżone do rzeczywistości wahania koniunkturalne (por. [Stadler, 1994, s. 1753], [Snowdon, Vane, Wynarczyk, 1998, s. 256-257]).

Celem poniższej pracy jest analiza prostego modelu realnego cyklu koniunkturalnego Hansena [1985] z niepodzielną pracą w odniesieniu do gospodarki polskiej. Analiza ta pozwoli określić, czy wybrany model jest w stanie objaśnić cykliczne zmiany poziomu aktywności gospodarczej w Polsce.

Poniższa praca składa się z dwóch części. W części pierwszej zaprezentowano model realnego cyklu koniunkturalnego Hansena poczynając od założeń modelu przez wyznaczenie warunków pierwszego rzędu dla gospodarstwa domowego, punkt stanu stacjonarnego, aż do zloglinearyzowanej postaci modelu. W części drugiej uwaga została poświęcona analizie empirycznej modelu realnego cyklu

* Autorzy są pracownikami Zakładu Funkcjonowania Gospodarki Instytutu Ekonomii Uniwersytetu Łódzkiego, e-mail: zbyszek.kuchta@gmail.com; katarzyna.pilat@gmail.com. Artykuł wpłynął do redakcji w październiku 2010 r.

¹ Autorzy składają podziękowania pracownikom Zakładu Funkcjonowania Gospodarki UŁ za cenne uwagi zgłoszone w czasie pracy nad tekstem.

koniunkturalnego, począwszy od charakterystyki zastosowanych w badaniu zmiennych, wartości parametrów modelu, aż po rozwiązanie modelu i analizę reakcji poszczególnych zmiennych na wprowadzony szok technologiczny. Całość opracowania wieńczy podsumowanie zawierające wnioski z dokonanych analiz.

Model realnego cyklu koniunkturalnego Hansena

Modele realnego cyklu koniunkturalnego od początku swojego istnienia miały problem z prawidłowym odzwierciedleniem mechanizmów zachodzących na rynku pracy. Formułowane zarzuty dotyczyły m.in. braku niedostatecznego odwzorowania faktu, że obserwowana w danych statystycznych zmienność nakładach pracy jest relatywnie duża w porównaniu do zmienności w produktywności (por. m.in. [Hansen, 1985, s. 305], [Mankiw, 1989, s. 85-86]). Aby prosty model realnego cyklu koniunkturalnego mógł prawidłowo odzwierciedlić tę zależność konieczne jest, aby podaż pracy była wysoce elastyczna względem stawki płac realnych, a to z kolei wymaga znacznej międzyokresowej substytucji pracy². Zależność ta nie znajduje jednak potwierdzenia w badaniach mikroekonomicznych (por. m.in. [Hansen, 1985, s. 30], [Summers, 1986, s. 24], [Mankiw, 1989, s. 85-86]). Zaproponowanym przez Hansena rozwiązaniem tego problemu jest wprowadzenie do modelu realnego cyklu koniunkturalnego mechanizmu niepodzielnej pracy. Uwzględnienie tego mechanizmu pozwala w lepszym stopniu odzwierciedlić relację pomiędzy fluktuacjami nakładów pracy, a fluktuacjami produktywności (por. m.in. [Hansen, Wright, 1992]).

Założenia modelu

W gospodarce Hansena zakłada się, iż występuje nieskończenie wiele gospodarstw domowych, z których każde charakteryzuje się log-liniową, rosnącą i wklęsłą względem konsumpcji dóbr (c_t) i konsumpcji czasu wolnego (h_t), funkcją użyteczności postaci³ [Hansen, 1985, s. 314]:

$$u(c_t, l_t) = \ln c_t + A \ln h_t, \quad A > 0 \quad (1)$$

Do tak skonstruowanej funkcji wprowadza się restrykcję polegającą na ograniczeniu wyboru podaży pracy świadczonej przez gospodarstwo domowe do dwóch możliwości. Gospodarstwo domowe albo może podjąć pracę w pełnym wymiarze czasu pracy⁴, albo jej w ogóle nie podejmuje (por. [Rogerson, 1988, s. 4-5]). Ograniczenie wyboru gospodarstwa domowego powoduje jednak zabu-

² Idea międzyokresowej substytucji podaży pracy została wprowadzona przez Lucasa i Rappinga [1969] (por. [Snowdon, Vane, Wynarczyk 1998, s. 260]).

³ Subskrypt t oznacza, iż dana wartość zmienia się w czasie, ponadto w modelu przyjmuje się, iż czas jest dyskretny.

⁴ W modelu każde gospodarstwo domowe posiada do swojej dyspozycji jedną jednostkę czasu i dzieli ją pomiędzy czas wolny oraz czas poświęcony na pracę.

rzenie zbioru możliwości konsumpcyjnych⁵. Dzieje się tak, ponieważ gospodarstwo domowe podejmie pracę jedynie wtedy, gdy wielkość stawki płac realnych będzie na tyle wysoka, aby przyrost konsumpcji mógł zrównoważyć ubytek użyteczności spowodowany pracą. Istnieje zatem na tyle niska stawka płac, której poziom nie zapewni wystarczającej konsumpcji, aby zrównoważyć ubytek użyteczności spowodowany pracą. Zatem racjonalne gospodarstwo domowe nie zdecyduje się na podjęcie pracy, a swoją konsumpcję będzie finansowało z dochodów z posiadanego przez siebie kapitału rzeczowego (por. [McCandless, 2008, s. 112-113], [Hansen, 1985, s. 316]).

Aby uniknąć tego problemu do modelu wprowadzone zostają kontrakty, zgodnie z którymi gospodarstwa domowe zobowiązują się świadczyć pracę w pełnym wymiarze czasu pracy z pewnym prawdopodobieństwem zatrudnienia ($\omega_t \in [0,1]$). Z tytułu podpisanego kontraktu gospodarstwo domowe uzyskuje dochód, a jedynie zmienna losowa decyduje o tym, czy dane gospodarstwo domowe pracuje czy też nie. Dzięki temu zbiór możliwości konsumpcyjnych jest wypukły, a problem optymalizacji międzyokresowej prawidłowo określony. Jednocześnie wszystkie gospodarstwa domowe są identyczne w momencie wyboru kontraktu⁶, ze względu jednak na odmienne wyniki loterii, część (ω_t) gospodarstw domowych podejmie pracę, natomiast część ($1 - \omega_t$) jej nie podejmie⁷ (por. [Hansen, 1985, s. 316-317], [Maliar, Maliar, 2004, s. 23-24], [McCandless, 2008, s. 112-113]). Pozwala to wyrazić funkcję użyteczności jako:

$$u(c_t, \omega_t) = \omega_t [\ln c_t + A \ln(1 - l^0)] + (1 - \omega_t) [\ln c_t + A \ln(1)] \quad (2)$$

gdzie: h^0 jest częścią zasobu czasu, jaki trzeba poświęcić na pracę w pełnym wymiarze.

Korzystając z definicji czasu wolnego ($h_t = 1 - l_t$) oraz zauważając, że ilość dostarczonych na rynek pracy jednostek pracy wynosi $l_t = \omega_t l^0$ można wyprowadzić funkcję użyteczności z niepodzielną pracą postaci: (por. m.in. [Hansen, 1985, s. 316-318], [Hansen, Wright, 1992, s. 9], [McCandless, 2008, s. 113], [Ireland, 2004, s. 1207]):

$$u(c_t, (1 - l_t)) = \ln c_t + B_0 (1 - l_t), \text{ gdzie: } B_0 = -\frac{A}{l^0} \ln(1 - l^0) > 0 \quad (3)$$

W modelu realnego cyklu koniunkturalnego Hansena zakłada się, iż w gospodarce produkt (y_t) jest wytwarzany przy zaangażowaniu kapitału rzeczowego

⁵ Szerzej o wypukłości zbioru możliwości konsumpcyjnych i jego wpływie na badania mikro- i makroekonomiczne pisze Prescott [2003] oraz Rogerson [1988].

⁶ Oznacza to, że wszystkie gospodarstwa domowe preferują przy danej stawce płac ten sam kontrakt, tj. to samo prawdopodobieństwo otrzymania zatrudnienia.

⁷ Alternatywny sposób rozwiązania problemu niewypukłości zbioru możliwości konsumpcyjnych prezentują Shell i Wright [1993, s. 11-15]. Wykorzystują oni koncepcję „równowag zmiennych losowych” (ang. *sunspots equilibria*) do rozwiązania problemu optymalizacji warunkowej w modelu Hansena.

(k_t), pracy wyrażonej w roboczogodzinach (l_t) oraz technologii (z_t) zgodnie z neoklasyczną funkcją produkcji Cobba – Douglasa o stałych efektach skali postaci:

$$y_t = z_t (k_t)^\alpha (l_t)^{1-\alpha}, \quad (4)$$

gdzie: $\alpha \in (0;1)$ i $(1-\alpha) \in (0;1)$ jest elastycznością funkcji produkcji względem nakładów odpowiednio kapitału rzeczowego i pracy.

Kapitał rzeczowy w przyszłym okresie (k_{t+1}) jest uzależniony od nakładów inwestycyjnych brutto ponoszonych na jego rozwój w okresie bieżącym (i_t) oraz od zasobu kapitału z okresu poprzedniego pomniejszonego o jego deprecjację w okresie bieżącym ($(1-\delta)k_t$):

$$k_{t+1} = i_t + (1-\delta)k_t, \quad (5)$$

gdzie: $\delta \in (0;1)$ jest stopą deprecjacji kapitału rzeczowego.

Jednocześnie ewolucja zasobu technologii odbywa się zgodnie z procesem autoregresyjnym rzędu pierwszego postaci⁸:

$$\ln z_t = \phi \ln z_{t-1} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0; \theta^2) \quad (6)$$

gdzie: $\phi \in (0;1)$ jest parametrem autokorelacji pierwszego rzędu. Im jest on wyższy, tym większy wpływ ma przeszła wartość zasobu technologii na jej obecny poziom, natomiast ξ_t jest składnikiem losowym reprezentującym wpływ szoków technologicznych na gospodarkę. Zakłada się, iż charakteryzuje się on rozkładem normalnym o zerowej wartości oczekiwanej i nieznannej, lecz stałej w czasie wariancji.

Ponadto w gospodarce Hansena spełniony jest warunek ograniczonych zasobów. Jednocześnie rozważany model ma charakter gospodarki zamkniętej bez udziału państwa. Założenia te implikują konieczność spełnienia następującego warunku:

$$y_t = c_t + i_t \quad (7)$$

Warunki pierwszego rzędu gospodarstwa domowego

Proces alokacji zasobów w gospodarce typu Hansena jest determinowany przez decyzje, jakie podejmuje gospodarstwo domowe, które dąży do maksymalizacji wartości oczekiwanej zdyskontowanej, dożywotniej użyteczności⁹. Kluczowym zagadnieniem dla rozwiązania modelu jest zatem wyznaczenie warunków

⁸ Konstrukcja procesu stochastycznego szoków technologicznych, jak i sposób ich wprowadzenia do funkcji produkcji typu Cobba – Douglasa jest w dużym stopniu determinowana przez aspekty techniczne linearyzacji modelu wokół stanu stacjonarnego (ang. *steady-state*).

⁹ Przyjmuje się przy tym założenie, iż gospodarstwo domowe żyje wiecznie.

zapewniających mikroekonomiczną optymalizację zachowania gospodarstwa domowego. Rozważany problem optymalizacyjny można zapisać jako:

$$\max E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + B_0(1 - l_t)], \quad (8)$$

przy warunkach:

$$c_t + i_t = z_t(k_t)^\alpha (l_t)^{1-\alpha} \quad (9)$$

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t \quad (10)$$

gdzie: $\beta \in (0;1)$ jest składnikiem dyskontowym. Im wyższa wartość składnika dyskontowego, tym w większym stopniu preferowana jest konsumpcja przyszła względem bieżącej, natomiast E_t jest operatorem racjonalnych oczekiwań.

Do rozwiązania powyższego problemu optymalizacyjnego zostanie wykorzystana metoda Lagrange'a¹⁰. Funkcja Lagrange'a ma postać (por. m.in. [Plosser, 1989, s. 72-74], [King, Plosser, Rebelo, 1988, s. 202-204]):

$$\Phi = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ [\ln(c_t) + B_0(1 - l_t)] + \lambda_t [z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} - c_t - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t] \} \quad (11)$$

gdzie: λ_t jest mnożnikiem Lagrange'a.

Gospodarstwo domowe w tym problemie optymalizacyjnym wybiera poziom konsumpcji w okresie bieżącym (c_t), poziom podaży pracy w okresie bieżącym (l_t) oraz zasób kapitału rzeczowego w okresie przyszłym (k_{t+1})¹¹. Wyznaczając pochodne cząstkowe funkcji (11) względem zmiennych decyzyjnych gospodarstwa domowego uzyskuje się warunki pierwszego rzędu dla problemu gospodarstwa domowego postaci (por. [Romer, 2000, s. 182], [McCandless, 2008, s. 115]):

$$B_0 c_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} \quad (12)$$

$$1 = \beta \left\{ E_t \left[\frac{c_t}{c_{t+1}} \left(\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} \right) + (1 - \delta) \right] \right\}. \quad (13)$$

¹⁰ Rozwiązanie modelu realnego cyklu koniunkturalnego Hansena w oparciu o metodę równania Bellmana prezentuje McCandless [2008, s. 113-115].

¹¹ Wybór wartości trzech zmiennych, jakiego dokonuje gospodarstwo domowe nie jest konieczny do wyznaczenia reguł optymalnego postępowania gospodarstwa domowego. Wydaje się, iż aby je wyznaczyć wystarczy jedynie dwie zmienne sterowalne. Jednak wprowadzenie trzeciej zmiennej pozwala w dużym stopniu uprościć procedurę wyznaczenia warunków optymalnego zachowania gospodarstwa domowego, jeśli zastosowana zostanie metoda Lagrange'a.

Funkcje (12) oraz (13) stanowią rozwiązanie problemu maksymalizacji doży-
wotniej użyteczności gospodarstwa domowego. Określają one w jaki sposób
gospodarstwo domowe będzie wymieniało konsumpcję bieżącą względem przy-
szłej (równanie Eulera – (13)) oraz konsumpcję bieżącą względem nakładów
pracy w okresie obecnym (równanie podaży pracy – (12)). Dodając do tych
reguł decyzyjnych warunek równowagi (7), funkcję produkcji (4) oraz prawo
ruchu kapitału rzeczowego (5), a także prawo ruchu zasobu technologii (6)
uzyskuje się model realnego cyklu koniunkturalnego Hansena z niepodzielną
pracą, który będzie przedmiotem analizy w dalszych częściach pracy:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_t = z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} \\ k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t \\ y_t = c_t + i_t \\ \ln z_t = \phi \ln z_{t-1} + \xi_t \\ 1 = \beta E_t \left\{ \frac{c_t}{c_{t+1}} \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + (1 - \delta) \right] \right\} \\ B_0 c_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{l_t} \end{array} \right. \quad (14)$$

Stan równowagi stacjonarnej w modelu RBC Hansena z niepodzielną pracą

Zaprezentowany w układzie równań (14) model realnego cyklu koniunkturalnego Hansena z niepodzielną pracą posiada 6 zmiennych endogenicznych¹² oraz 1 zmienną egzogeniczną (ξ_t) reprezentującą losowe szoki technologiczne. Określając stan ustalony¹³ modelu Hansena jako sytuację, w której zmienne endogeniczne są stałe w czasie, oraz w której zmienna egzogeniczna jest równa zero, można wyznaczyć poziom zmiennych endogenicznych w punkcie steady – state. Zatem stan stacjonarny jest określony przez następujący zestaw warunków: $\bar{c} = c_t = c_{t+1}$, $\bar{l} = l_t = l_{t+1}$, $\bar{k} = k_t = k_{t+1}$, $\bar{y} = y_t = y_{t+1}$, $\bar{i} = i_t = i_{t+1}$, $\bar{z} = z_t = 1$, $\bar{\xi} = \xi_t = 0$.

Uwzględniając powyższe warunki w układzie równań (14) otrzymuje się układ 5 równań z 5 niewiadomymi. Jego rozwiązaniem są następujące wartości zmiennych w punkcie stanu stacjonarnego (por. [McCandless, 2008, s. 116], [Ireland, 2004, s. 1221]):

¹² Są to: produkt, kapitał rzeczowy, praca, inwestycje w kapitał rzeczowy, konsumpcja oraz technologia.

¹³ W poniższym opracowaniu termin stan ustalony, stan stacjonarny oraz steady-state będą używane zamiennie.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{l} = \frac{1 - \alpha}{B_0 \left[1 - \frac{\alpha\beta\delta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]} \\ \bar{k} = \frac{1 - \alpha}{B_0 \left[1 - \frac{\alpha\beta\delta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]} \left[\frac{\alpha\beta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha}} \\ \bar{y} = \frac{1 - \alpha}{B_0 \left[1 - \frac{\alpha\beta\delta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]} \left[\frac{\alpha\beta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]^{\frac{\alpha}{1 - \alpha}} \\ \bar{i} = \frac{\delta(1 - \alpha)}{B_0 \left[1 - \frac{\alpha\beta\delta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]} \left[\frac{\alpha\beta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha}} \\ \bar{c} = \frac{1 - \alpha}{B_0 \left[1 - \frac{\alpha\beta\delta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]} \left\{ \left[\frac{\alpha\beta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]^{\frac{\alpha}{1 - \alpha}} - \delta \left[\frac{\alpha\beta}{1 - \beta(1 - \delta)} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha}} \right\} \end{array} \right. \quad (15)$$

Zaprezentowane w układzie (15) wartości zmiennych endogenicznych w punkcie steady-state są uzależnione od wartości parametrów strukturalnych modelu. Można wykorzystać ten punkt do wyznaczenia log-liniowej aproksymacji równań modelu Hansena.

Log-linearyzacja modelu RBC Hansena

Zaprezentowany w układzie (14) model RBC Hansena jest układem nieliniowym. Posiada on jednak punkt stanu stacjonarnego określony przez układ (15), wokół którego można dokonać jego log-linearyzacji. Do przeprowadzenia log-linearyzacji modelu zostanie wykorzystana metoda Uhliga [1995, s. 4]. Autor ten udowodnił, że dla dowolnej zmiennej endogenicznej w modelu racjonalnych oczekiwań (x_t) zachodzi:

$$x_t = \bar{x} \exp(\tilde{x}_t), \quad (16)$$

gdzie \bar{x} oznacza jej wartość w punkcie steady-state oraz $(\tilde{x}_t = \ln(\frac{x_t}{\bar{x}}))$ wyraża logarytm odchylenia od jej wartości w punkcie stanu stacjonarnego¹⁴. Jednocześnie udowodnił on, iż wykorzystując zależność (16) można przeprowadzić log-linearyzację modelu dzięki zastosowaniu następujących wzorów [Uhlig, 1995, s. 4], [McCandless, 2008, s. 98-100], [Canova, 2007, s. 53]:

$$\exp(\tilde{x}_t + a\tilde{b}_t) \approx 1 + \tilde{x}_t + a\tilde{b}_t \quad (17)$$

¹⁴ Przyjmuje się przy tym, iż (\tilde{x}_t) jest bliską zeru liczbą realną.

$$\tilde{x}_t \tilde{b}_t \approx 0 \quad (18)$$

$$E_t[a \exp(\tilde{x}_{t+1})] \approx a + E_t[a \tilde{x}_{t+1}] \quad (19)$$

gdzie (\tilde{b}_t) jest realną liczbą bliską zeru oraz (a) jest dowolną stałą.

Zastosowanie podstawienia (16) do układu (14) oraz wykorzystanie wzorów (17)-(19), a także skorzystanie z własności punktu steady-state, określonego przez układ (15) pozwala wyznaczyć następujący log-liniowy układ równań, który wyznacza dynamikę modelu RBC Hansena, przy czym wszystkie zmienne endogeniczne są określone jako logarytmy odchylenia od stanu równowagi stacjonarnej.

$$\begin{cases} 0 \approx \tilde{c}_t - E_t(\tilde{c}_{t+1}) + [1 - \beta(1 - \delta)]E_t(\tilde{y}_{t+1} - \tilde{k}_{t+1}) \\ 0 \approx \tilde{y}_t - \tilde{z}_t - \alpha \tilde{k}_t - (1 - \alpha)\tilde{l}_t \\ 0 \approx \frac{1 - \beta(1 - \delta)}{\alpha\beta} \tilde{y}_t - \left(\frac{1 - \beta(1 - \delta)}{\alpha\beta} - \delta \right) \tilde{c}_t - \tilde{k}_{t+1} + (1 - \delta)\tilde{k}_t \\ \tilde{z}_t = \phi \tilde{z}_{t-1} + \xi_t \\ 0 \approx \tilde{y}_t - \tilde{c}_t - \tilde{l}_t \end{cases} \quad (20)$$

Układ (20) jest liniowym modelem racjonalnych oczekiwań. Do jego rozwiązania została zastosowana metoda zaproponowana przez Schmitt-Grohe i Uribe¹⁵ (por. [Schmitt-Grohe, Uribe, 2004, s. 758-761]). Istota tej metody polega na wyznaczeniu parametrów liniowych aproksymacji¹⁶ funkcji polityki i transmisji, które uzależniają ujęte w modelu zmienne w okresie bieżącym od wartości zmiennych z góry określonych oraz wartości szoku technologicznego. Do wyznaczenia tych funkcji zastosowano metody numeryczne dostępne w programie Dynare 4.03¹⁷.

Analiza empiryczna modelu Hansena dla danych polskich

Przedstawiony w poprzedniej części niniejszego opracowania teoretyczny model realnego cyklu koniunkturalnego z niepodzielną pracą Hansena został poddany analizie empirycznej. Oparto się na sformalizowanym zapisie tego

¹⁵ Należy podkreślić, że w literaturze przedmiotu wyróżnia się szereg alternatywnych metod rozwiązywania liniowych modeli racjonalnych oczekiwań, m.in. metoda Blancharda i Kahna [1980], metoda Simsa [2001], metoda Kleina [2000] oraz metoda nieoznaczonych współczynników, która jest wykorzystywana w pakiecie Uhliga [1995]. Krótką charakterystykę tych metod prezentują również DeJong i Dave [2007, s. 17-30].

¹⁶ Do wyznaczenia liniowych aproksymacji funkcji polityki i transmisji wykorzystuje się rozwinięcie Taylora pierwszego rzędu wokół deterministycznego punktu steady-state.

¹⁷ W rozważanym modelu kapitał rzeczowy jest zmienną stanu. Stąd przy wprowadzeniu modelu do programu Dynare został on uwzględniony z jednookresowym opóźnieniem. Taka konwencja programowania jest rekomendowana przez autorów wykorzystanego programu (por. [Griffoli, 2007, s. 19-20]).

modelu, który ilustruje układ równań (20). Wnioskowanie skupiono przede wszystkim na próbie określenia, w jakim stopniu model odwzorowuje rzeczywistą zmienność poszczególnych kategorii gospodarczych oraz jak silnie zakładane wstrząsy technologiczne oddziałują na gospodarkę, co stanowi trzon analizy modeli tej klasy.

Dane

W modelowaniu wykorzystane zostały kwartalne dane makroekonomiczne dla gospodarki polskiej z okresu 1995:1-2007:4. Wszystkie wykorzystane w badaniu dane statystyczne pochodzą z oficjalnych publikacji Głównego Urzędu Statystycznego. Użyto Produktu Krajowego Brutto jako miary produkcji, wartości brutto środków trwałych jako miernika kapitału¹⁸. Nakłady pracy zostały wyznaczone jako iloczyn przeciętnego czasu pracy w głównym miejscu pracy oraz liczby osób pracujących, natomiast spożycie indywidualne zostało wykorzystane jako miara konsumpcji.

Surowe dane statystyczne w celu osiągnięcia ich porównywalności z szeregami symulowanymi z modelu realnego cyklu koniunkturalnego zostały poddane następującym przekształceniom: Wszystkie szeregi zostały urealnione przy wykorzystaniu jednopodstawowego indeksu CPI, a za okres ich odniesienia przyjęto pierwszy kwartał 2000 r. Wykorzystane szeregi reprezentują dane kwartalne, charakteryzujące się silną sezonowością. Zastosowana została zatem procedura umożliwiająca oczyszczenie szeregów z sezonowości¹⁹. Otrzymane dzięki przeprowadzeniu powyższych zabiegów szeregi zostały następnie logarytmowane oraz usunięto z nich trend nieliniowy przy zastosowaniu filtra Hodricka – Prescottta [1997] o standardowym dla danych kwartalnych stopniu wygładzenia $\lambda = 1600$ ²⁰.

Powyższe procedury przekształcania danych są stosowane przez większość badaczy zajmujących się empiryczną analizą modeli RBC, także przez twórcę modelu wykorzystywanego w tym badaniu – Hansena [1985, s. 320]. Różne są natomiast rodzaje metod stosowanych w zakresie odsezonowania danych,

¹⁸ W polskim systemie statystycznym wartość brutto środków trwałych jest mierzona jedynie w ujęciu rocznym. Dezagregacja na dane kwartalne nastąpiła w oparciu o wykorzystanie informacji o nakładach inwestycyjnych i wartości deprecjacji środków trwałych w ujęciu rocznym, przy czym założono, że stopa deprecjacji jest stała i wynosi 1,78% w skali kwartału. Ponadto brakujące dane statystyczne z lat 1996-1998 oraz 2007 uzupełniono w oparciu o aproksymację liniową funkcją trendu.

¹⁹ Do odsezonowania szeregów została wykorzystana procedura Census X12 dostępną w pakiecie Eviews 5.0.

²⁰ W pracy do wyodrębnienia wahań cyklicznych zastosowano filtr Hodricka-Prescottta ze względu na szerokie stosowanie tego narzędzia w badaniach fluktuacji [por. King i Rebello, 2000, s. 5-7] oraz możliwość porównywania otrzymanych wyników z badaniami dotyczącymi innych krajów. Jednocześnie należy pamiętać, że filtr Hodricka-Prescottta, jest relatywnie prostym narzędziem eliminowania trendu, krytykowanym m.in. ze względu na wrażliwość na zmiany i dodawanie nowych obserwacji oraz możliwość generowania cykli pozornych, nawet, gdy nie ma ich w szeregu pierwotnym (por. [Kaiser i Maraval, 1999], [Nelson i Kanga, 1981]).

czy też usuwania trendu. Szczegółową dyskusję na temat różnych czynników wpływających na występowanie wahań koniunkturalnych oraz identyfikację trendu przeprowadził m.in. Canova [1998]. Warto jednak nadmienić, iż autor ten także stosuje zaprezentowaną powyżej metodykę przygotowania danych do analiz empirycznych.

Parametry modelu

Najbardziej powszechnym podejściem stosowanym przy ustalaniu parametrów w modelach RBC jest ich kalibracja²¹. W swej ogólnej definicji kalibracja parametrów oznacza takie ich dostosowanie, aby możliwe było jak najlepsze odwzorowanie danych rzeczywistych przez model oraz jak najtrafniejsze zilustrowanie związków występujących pomiędzy poszczególnymi zmiennymi. W przedstawionej analizie zastosowane zostało właśnie podejście oparte na kalibracji parametrów. W procesie kalibracji parametrów ustala się ich wartości również w oparciu o wykorzystanie wyników wcześniejszych badań empirycznych i „zapożyczeniu” wartości parametrów w nich wykorzystanych.

Dla potrzeb analizowanego modelu niezbędne było wyznaczenie pięciu wartości parametrów: elastyczności funkcji produkcji względem kapitału (α), czynnika dyskontowego konsumpcji przyszłej (β), stopy deprecjacji kapitału (δ), odchylenia standardowego szoków technologicznych (σ) oraz wartości parametru autoregresji pierwszego rzędu dla postępu technicznego (ϕ). Poszczególne wartości zostały dobrane w następujący sposób:

Wartość elastyczności produkcji względem kapitału została wyznaczona jako uzupełnienie wartości elastyczności funkcji produkcji względem czynnika praca do jedności. Elastyczność ta z kolei została zmierzona udziałem dochodów z pracy w wartości produktu i wyniosła 46%. W rezultacie otrzymano $\alpha = 0,54^{22}$, która to wartość nie odbiega znacząco od ocen elastyczności uzyskiwanych przez innych badaczy dla danych polskich²³.

Wartość kwartalnej stopy deprecjacji kapitału została przyjęta w modelu na poziomie $\delta = 0,0178$ jako stopa średniokwartałna, przy średniorocznej sto-

²¹ Wielu autorów w celu wyznaczenia wartości parametrów modelu wykorzystuje bardziej zaawansowane metody ekonometryczne. W literaturze badań empirycznych liniowych modeli racjonalnych oczekiwań wykorzystuje się szereg metod estymacji parametrów modelu oparte zarówno o ekonometrię klasyczną, jak i wnioskowanie bayesowskie (por. np.: [Altug, 1989], [Christiano, Eichenbaum, 1992], [Schorfheide, 2000], [Smets, Wouters, 2003], [Christiano, Eichenbaum, Evans, 2005], [An, Schorfheide, 2007]).

²² Wynik ten został także potwierdzony przy estymacji log-liniowej funkcji produkcji Cobba – Douglasa dla danych polskich. Większość autorów podobnych analiz przyjmuje wartość tej elastyczności na poziomie ok. 0,3 tak, jak została ona skalibrowana pierwotnie dla gospodarki amerykańskiej (por. [Grabek, Kłos, Utzig-Lenarczyk, 2007, s. 65-67], [Kołasa, 2008, s. 18-19], [Gradzewicz, Makarski, 2009, s. 20]).

²³ Zestawienie oszacowań elastyczności produkcji względem środków trwałych przedstawia Welfe [2003]. Oszacowania elastyczności produkcji względem środków trwałych w Polsce zawierają się w przedziale 0,25-0,7.

pie deprecjacji kapitału równej 7,1%²⁴. Roczna stopa deprecjacji wyznaczona została jako udział wartości deprecjacji kapitału w jego zasobach ogółem, w ciągu roku. W literaturze przyjmuje się, iż kapitał zużywa się na poziomie około 2,5% w skali kwartału²⁵.

Współczynnik dyskonta konsumpcji gospodarstw domowych został skalibrowany na poziomie $\beta = 0,9705$ ²⁶. Wartość ta została dobrana w ten sposób, aby stopa inwestycji w punkcie stanu stacjonarnego odpowiadała średniej wartości z próby²⁷. Zwykle przyjmuje się wartość składnika dyskontowego bliską jedności, co oznacza, iż gospodarstwa domowe nieznacznie większą wagę przywiązują do konsumpcji bieżącej niż przyszłej²⁸.

Odchylenie standardowe szoków technologicznych zostało skalibrowane zgodnie z metodologią przyjętą przez Hansena²⁹ [1985, s. 320] na poziomie $\sigma = 0,027$. Model jest zaburzany właśnie o wartość odchylenia standardowego szoków.

Ostatni z parametrów (ϕ) został wyestymowany jako współczynnik autoregresji pierwszego rzędu funkcji postępu technicznego. Wielkość postępu technicznego wyznaczona została zgodnie z tradycyjnie przyjętą w literaturze metodą wyodrębnienia części wzrostu produktu, która jest powodowana przez inne czynniki niż nakłady pracy i kapitału – zwaną resztą Solowa³⁰. Przyjmuje się, że odzwierciedla ona wpływ nieucieleśnionego postępu technicznego na wzrost produktu i określa się ją często również jako łączną produktywność czynników produkcji. Estymacja parametrów funkcji autoregresji postępu technicznego pozwoliła ustalić parametr (ϕ) na poziomie równym 0,91. Uzyskana wartość wydaje się być zgodna z oszacowaniami parametrów autoregresji dla

²⁴ Wartość ta jest niezwykle zbliżona do stosowanej przez Gradzewicza i Makarskiego [2009, s. 20-21].

²⁵ Wartość tę jako pierwsi zaproponowali Kydland i Prescott [1982, s. 1361] dla gospodarki amerykańskiej. Oznacza ona, że rocznie zużywa się 10% zasobu kapitału rzeczowego. W literaturze polskiej dotyczącej modeli DSGE wartość tą wykorzystują Grabek, Kłos i Utzig-Lenarczyk [2007, s. 65-67], Kolasa [2008, s. 18] oraz Brzoza-Brzezina i Makarski [2010, s. 27].

²⁶ Uzyskana wartość współczynnika dyskontowego sugeruje, iż subiektywna stopa dyskontowa reprezentacyjnego gospodarstwa domowego wyniosła 3%. Jednocześnie realna stopa procentowa w punkcie stanu stacjonarnego wyniosła 4,8%.

²⁷ Uśredniona dla okresu 1995:1 – 2007:4 stopa inwestycji ukształtowała się na poziomie 19,9%. Wartość uzyskana z modelu w punkcie steady-state wyniosła natomiast 19,94%. Podobną strategię wyboru wartości parametrów strukturalnych modelu wykorzystuje m.in. Schorfheide [2000, s. 657-658] oraz Grabek, Kłos, Utzig-Lenarczyk [2007, s. 65-68].

²⁸ W literaturze przedmiotu dotyczącej modeli DSGE dla gospodarki polskiej wartość tego parametru przyjmowana jest zwykle na wartość z przedziału (0,99, 0,998) (por. [Grabek, Kłos, Utzig-Lenarczyk, 2007, s. 65-66], [Kolasa, 2008, s. 18], [Gradzewicz, Makarski, 2009, s. 20]).

²⁹ Przyjmuje on, iż odchylenie standardowe szoków technologicznych powinno być zbieżne co do wartości ze średnim odchyleniem standardowym rzeczywistego produktu. Na podstawie analizowanych przez niego danych wartość wariancji powinna zawierać się w przedziale (0,007;0,01).

³⁰ Resztę Solowa uzyskano na podstawie log-liniowej funkcji produkcji Cobba–Douglasa.

szoków technologicznych w ramach badań nad modelami DSGE dla gospodarki polskiej³¹.

Wyniki

Rozwiązanie modelu oraz badanie reakcji poszczególnych kategorii ekonomicznych na wprowadzony szok technologiczny zostało przeprowadzone w oparciu o oprogramowanie Dynare 4.03. Analiza otrzymanych wyników skupiona została na dwóch głównych aspektach. Po pierwsze, porównane zostały współczynniki korelacji oraz wartości odchyłeń standardowych zmiennych symulowanych i rzeczywistych. Pozwala to zweryfikować, czy model dobrze odwzorowuje siłę i kierunek zależności występujących między rzeczywistymi zmiennymi ekonomicznymi, a także ich zmienność. Po drugie, przedstawione zostały wykresy ilustrujące reakcję poszczególnych zmiennych na zaburzenia technologiczne – tzw. funkcje reakcji na impuls (IRF). Funkcje te pokazują jak wprowadzony impulsowy szok (w tym przypadku technologiczny) wpływa na bezpośrednie i rozłożone w czasie zależności między zmiennymi. Stanowią one zatem dobre źródło wnioskowania o prawdopodobnych reakcjach danych kategorii gospodarczych na występowanie szoków, co może być dobrym punktem wyjścia do analizy polityki gospodarczej.

Tablice 1 oraz 2 wskazują, iż model dobrze odwzorowuje kierunek zależności pomiędzy zmiennymi. Pomiędzy wszystkimi zmiennymi symulowanymi otrzymano korelacje dodatnie, analogicznie jak w przypadku danych rzeczywistych. Oznacza to, iż poszczególne kategorie ekonomiczne mają tendencje do zbliżonych co do kierunku zmian w czasie, a zatem podobnych reakcji na zmiany występujące w gospodarce.

Tablica 1

Współczynniki korelacji zmiennych symulowanych

Zmienna	<i>y</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>c</i>	<i>z</i>
<i>y</i>	1
<i>k</i>	0,3592	1	.	.	.
<i>l</i>	0,9803	0,1676	1	.	.
<i>c</i>	0,6563	0,9399	0,4942	1	.
<i>z</i>	0,9991	0,3993	0,9708	0,6884	1

Źródło: opracowanie własne

Analiza współczynników korelacji dla danych rzeczywistych i symulowanych ukazuje, że model nie tylko poprawnie odwzorowuje kierunek zależności pomiędzy zmiennymi, ale również w miarę dobrze oddaje siłę zależności pomiędzy produkcją a pozostałymi zmiennymi analizowanymi w modelu. Zarówno

³¹ Należy przy tym podkreślić, iż pełne porównanie wyników jest niemożliwe ze względu na inną strukturę konstrukcji modelu (por. [Kolasa, 2008], [Gradzewicz, Makarski, 2009]).

w przypadku danych rzeczywistych, jak i symulowanych otrzymuje się, że produkcja jest silnie skorelowana z nakładem pracy i zmianami technologicznymi, a najslabiej – z nakładem kapitału.

Tablica 2

Współczynniki korelacji zmiennych rzeczywistych

Zmienna	y	k	l	c	z
y	1
k	0,198002	1	.	.	.
l	0,783521	0,002543	1	.	.
c	0,565538	0,211979	0,458585	1	.
z	0,753957	0,102287	0,235421	0,377319	1

Źródło: opracowanie własne

Natomiast model nie odwzorowuje poprawnie części zależności pomiędzy innymi niż produkcja zmiennymi makroekonomicznymi. W szczególności dla danych symulowanych otrzymano wysokie korelacje pomiędzy kapitałem i konsumpcją oraz zmianami technologicznymi i pracą, podczas gdy w rzeczywistości siła zależności pomiędzy tymi zmiennymi jest relatywnie słaba.

Tablica 3

Wartości odchyłeń standardowych zmiennych rzeczywistych i symulowanych

Zmienna	Odchylenie standardowe zmiennych rzeczywistych	Odchylenie standardowe zmiennych symulowanych
y	0,0246	0,0249
k	0,0069	0,0064
l	0,0331	0,0216
c	0,0155	0,0057
z	0,0154	0,0348

Źródło: opracowanie własne

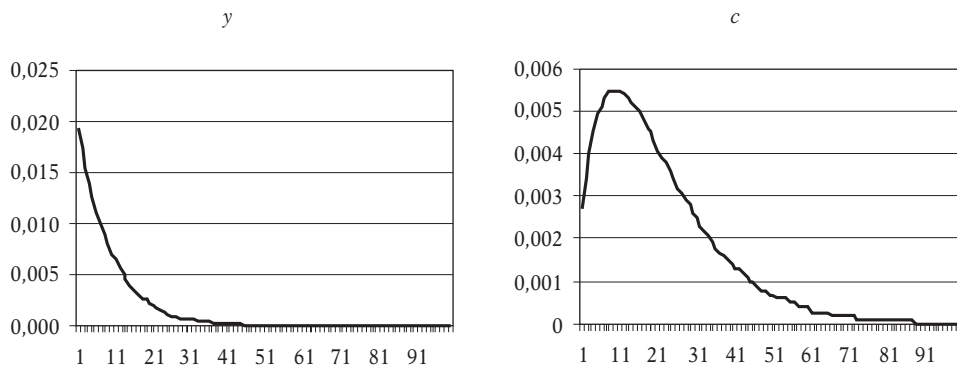
W tablicy 3 przedstawione zostały wartości odchyłeń standardowych zmiennych rzeczywistych i symulowanych. W rozważanym modelu kapitał rzeczowy ulega niewielkim zmianom, które odpowiadają zmienności kapitału dla danych rzeczywistych. Niższą wartość odchylenia standardowego zmiennych symulowanych od odchylenia produktu uzyskano ponadto w przypadku czasu pracy i konsumpcji. Jednakże wyniki te są rozbieżne, co do wartości z informacjami uzyskanymi dla danych rzeczywistych. Wydaje się, iż przyczyną uzyskanych wyników jest uwzględnienie w próbie porównawczej okresu transformacji ustrojowej. Ponadto symulowany zasób technologii charakteryzuje się znacznie większą zmiennością niż obserwowana w rzeczywistości. Otrzymane wyniki wskazują na umiarkowane przedstawienie przez model zmienności poszczególnych kategorii ekonomicznych.

Omawiany model Hansena został następnie zaburzony o wielkość 0,027, co stanowi wartość odchylenia standardowego szoków technologicznych. Wykres 1 ilustruje funkcje reakcji na impuls dla zmiennych endogenicznych.

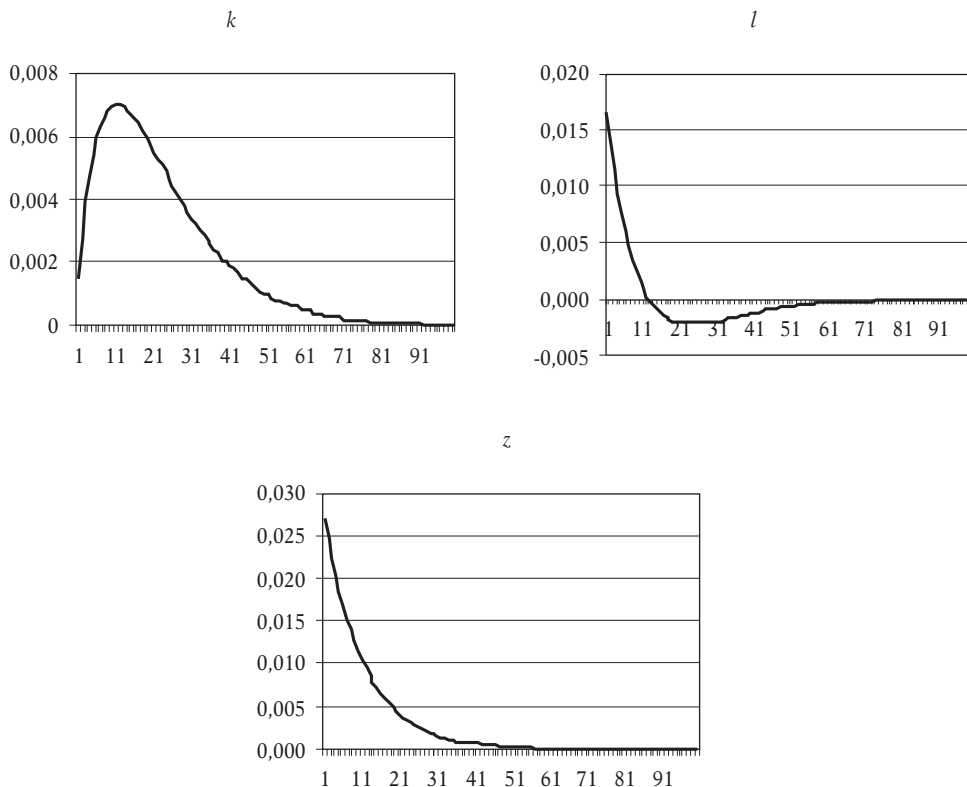
Skutki wstrząsu dla technologii powoli zanikają, co wynika z wartości oszacowania parametru autoregresji. Wstrząs technologiczny zmienia produkty krańcowe pracy oraz kapitału rzeczowego, a tym samym ceny czynników produkcji, co wpływa na zmianę poziomów zaangażowania tych czynników w procesie produkcji. Wielkość kapitału początkowo powoli wzrasta, po czym stopniowo powraca do stanu równowagi. Podaż siły roboczej w pierwszym momencie, w efekcie wstrząsu, dość silnie wzrasta, a następnie stopniowo obniża się, by po ok. 3 latach osiągnąć minimum, poniżej pierwotnego stanu równowagi. Następnie łagodnie wzrastając powraca do normalnego poziomu. W efekcie zmian zachodzących w technologii, kapitale i podaży pracy, następują również zmiany w produkcji. Produkt wzrasta w okresie wstrząsu technologicznego, po czym powoli spada, by w końcu osiągnąć stan równowagi. W znacznie mniejszym stopniu i o wiele wolniej niż produkt, na wprowadzony szok technologiczny reaguje konsumpcja, co wynika z procesu wygładzania konsumpcji w czasie.

Omówione powyżej przebiegi reakcji zmiennych na wstrząs są rezultatem szeregu interakcji zachodzących pomiędzy analizowanymi zmiennymi. Wzrost podaży pracy wynika z podwyższenia się krańcowego produktu pracy (będącego ceną czasu wolnego). Następuje więc międzyokresowa substytucja pracy, polegająca na zwiększeniu jej podaży pracy zaraz po wystąpieniu wstrząsu, a następnie jej ograniczeniu na korzyść czasu wolnego³².

Wykres 1. Funkcje reakcji na impuls (szok technologiczny)



³² Charakter międzyokresowej substytucji pracy w modelach realnego cyklu koniunkturalnego z niepodzielną pracą prezentuje Hansen i Wright [1992].



Źródło: opracowanie własne

Wzrost kapitału jest rezultatem wzrostu krańcowego produktu kapitału oraz efektem dążenia gospodarstw domowych do wygładzenia konsumpcji w czasie. Część dodatkowej produkcji jest przeznaczana na wyższe inwestycje, co bezpośrednio przekłada się na wzrost kapitału i jednocześnie powoduje, że wahania konsumpcji są niższe niż wahania produkcji. Wprowadzony wstrząs technologiczny jest zmianą impulsową, zatem jego przejściowość powoduje, iż część bogactwa przechowywana jest na przyszłe okresy w postaci kapitału³³. Zilustrowany na wykresie 1 wzrost produktu jest efektem netto zmian, które zaszły w technologii, kapitale i podaży pracy.

W tabelicy 4 przedstawiono porównanie uzyskanych w niniejszym badaniu wyników z wynikami otrzymanymi przez Hansena [1985] dla gospodarki amerykańskiej oraz Gradzewicza i Makarskiego [2009] dla gospodarki polskiej³⁴.

³³ W analizowanym modelu gospodarstwa domowe mogą przenosić majątek w czasie jedynie inwestując w posiadany zasób kapitału rzeczowego. Alternatywny sposób przenoszenia majątku w czasie, który opiera się o wykorzystanie jednookresowych obligacji można spotkać w modelach neokenesowskich (por. [Gali, 2008]).

³⁴ Przedstawione porównanie odnosi się do badań opartych na modelach DSGE. Istnieje jednak znaczna liczba analiz empirycznych cykli koniunkturalnych dla gospodarki polskiej wykorzystujących inne metody badawcze. Spośród nich wyróżnić można m.in. Adamowicz, Dudek,

Porównując uzyskane wyniki można stwierdzić, iż model Hansena dla gospodarki polskiej, mimo znacznie prostszej struktury niż stosowana w modelu DSGE autorstwa Gradzewicza i Makarskiego [2009], odwzorowuje charakterystyki cyklu koniunkturalnego w stopniu dobrym. Należy jednak podkreślić, iż miary zmienności uzyskane przez Gradzewicza i Makarskiego [2009] dla zmiennych symulowanych są bardziej zbliżone do rzeczywistych zmienności w porównaniu z modelem Hansena. W przeciwieństwie do miar zmienności model RBC w lepszym stopniu odzwierciedla korelacje pomiędzy zmiennymi symulowanymi w odniesieniu do korelacji zmiennych rzeczywistych. Świadczy to o tym, że pomimo prostej struktury model Hansena jest w stanie trafnie odzwierciedlać związki pomiędzy poszczególnymi zmiennymi makroekonomicznymi. Trzeba jednak pamiętać, iż nie jest możliwe dokładne porównanie analizowanego modelu Hansena z przytoczonym badaniem Gradzewicza i Makarskiego [2009]. Model ten stanowi znacznie bardziej rozbudowany system zawierający szereg dodatkowych zmiennych i mechanizmów teoretycznych. Jest również analizowany przy wykorzystaniu innych narzędzi w oparciu o szerszy zestaw zmiennych.

Tablica 4

Wartości odchyłeń standardowych i współczynników korelacji zmiennych rzeczywistych i symulowanych dla poszczególnych zmiennych – porównanie wyników³⁵

Zmienna	Odchylenia standardowe					
	Model Hansena dla gospodarki polskiej		Model Hansena dla gospodarki amerykańskiej		Model Gradzewicza i Makarskiego	
	Dane rzeczywiste	Dane symulowane	Dane rzeczywiste	Dane symulowane	Dane rzeczywiste	Dane symulowane
y^{36}	0,0246	0,0249	0,0176	0,0176	0,020	0,025
c	0,0155	0,0057	0,0129	0,0051	0,010	0,011
i	–	–	0,0860	0,0571	0,089	0,046
k	0,0069	0,0064	0,0063	0,0047	–	–
l	0,0331	0,0216	0,0166	0,0135	0,015	0,012
z	0,0154	0,0348	0,0118	0,0050	–	–

Pachucki, Walczyk [2009], Skrzypczyński [2006], Woźniak, Paczyński [2007], Fic [2009], Koronowski [2007; 2008]. Jednak ze względu na to, że wyróżnione badania opierają się o zdecydowanie inną metodologię niż modele równowagi ogólnej bezpośrednio odniesienie tych wyników do prezentowanych w tej pracy jest utrudnione.

³⁵ Różnice w odchyleniach standardowych i korelacjach zmiennych rzeczywistych między modelem Hansena dla gospodarki polskiej, a modelem Gradzewicza i Makarskiego [2009] wynikają z przyjęcia innego zakresu próby. Ponadto Gradzewicz i Makarski [2009] jako przybliżenie pracy wyrażonej w roboczogodzinach wykorzystują zatrudnienie.

³⁶ W przypadku modelu realnego cyklu koniunkturalnego dla gospodarki polskiej wartość odchylenia standardowego szoku technologicznego została tak dobra, aby zmienność produktu w modelu i w danych rzeczywistych mierzona odchyleniem standardowym była sobie w przybliżeniu równa. Ze względu na różnice w metodologii analizy empirycznej wartości te nie mogą być bezpośrednio porównywane z wynikami Gradzewicza i Makarskiego [2009].

cd. tablicy 4

Zmienna	Korelacja z produktem					
	Model Hansena dla gospodarki polskiej		Model Hansena dla gospodarki amerykańskiej		Model Gradzewicza i Makarskiego	
	Dane rzeczywiste	Dane symulowane	Dane rzeczywiste	Dane symulowane	Dane rzeczywiste	Dane symulowane
y	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
c	0,566	0,656	0,85	0,87	0,611	0,245
i	–	–	0,92	0,99	0,874	0,481
k	0,198	0,359	0,04	0,05	–	–
l	0,784	0,980	0,76	0,98	0,601	0,250
z	0,754	0,999	0,42	0,87	–	–

Źródło: obliczenia własne oraz Hansen [1985, s. 321], Gradzewicz i Makarski [2009, s. 26]

Odnosząc się do wyników uzyskanych przez model RBC dla gospodarki amerykańskiej oraz polskiej warto zauważyć, iż model ten generuje zbyt małą zmienność konsumpcji w przypadku obu gospodarek, co wydaje się być wadą modelu Hansena z niepodzielną pracą. Analizując korelacje generowane przez model dla gospodarki amerykańskiej model Hansena bardzo dobrze odzwierciedla korelacje konsumpcji, inwestycji i kapitału z produktem. W przypadku gospodarki polskiej nie uzyskano tak dobrych wyników. Dodatkowo w obu wyróżnionych przypadkach zaobserwowano zdecydowanie zawyżoną korelację pracy i technologii z produktem. Wydaje się, iż cechą analizowanego modelu RBC jest odwzorowywanie silniejszych związków pomiędzy tymi zmiennymi niż ujawniają to dane statystyczne.

Podsumowanie

W opracowaniu przedstawiony został model realnego cyklu koniunkturalnego Hansena z wprowadzonym mechanizmem niepodzielnej pracy, co miało na celu uzyskanie lepszego zilustrowania relacji wahań nakładów pracy i wahań produktywności. Oprócz charakterystyki samej istoty modelu oraz jego założeń została również przeprowadzona analiza empiryczna w oparciu o kwartalne dane dla gospodarki polskiej dla lat 1995-2007. Celem tej analizy było zwerifikowanie, czy wybrany model jest w stanie odwzorować fluktuacje podstawowych zmiennych makroekonomicznych w Polsce.

Część teoretyczna opracowania zawiera wyszczególnienie założeń modelu wraz z przedstawieniem podstaw teoretycznych, z których one pochodzą. Jednocześnie rozwijany został etapowo sformalizowany zapis modelu, począwszy od poszczególnych jego równań, aż po końcowy, całościowy układ równań, na podstawie którego dokonana została cała analiza empiryczna.

W weryfikacji empirycznej modelu dokonano w pierwszym kroku analizy porównawczej współczynników korelacji dla zmiennych rzeczywistych oraz

zmiennych generowanych przez model. Otrzymano, że model poprawnie odwzorowuje kierunek zależności pomiędzy analizowanymi zmiennymi. Pomiedzy wszystkimi zmiennymi symulowanymi otrzymano korelacje dodatnie, analogicznie jak w przypadku danych rzeczywistych. Analiza współczynników korelacji dla danych rzeczywistych i symulowanych ukazała ponadto, że model umiarkowanie odwzorowuje siłę zależności pomiędzy produkcją a pozostałymi zmiennymi analizowanymi w modelu. Zarazem jednak w przypadku danych symulowanych otrzymano wysokie korelacje pomiędzy kapitałem i konsumpcją oraz zmianami technologicznymi i pracą, podczas gdy w rzeczywistości siła zależności pomiędzy tymi zmiennymi jest relatywnie słaba.

W ramach opracowania przeprowadzona została również analiza reakcji zmiennych na wprowadzony impulsowo do modelu szok technologiczny. Najsilniejsza reakcja na wstrząs nastąpiła w przypadku podaży pracy i produkcji. Obydwie te kategorie zaraz po wystąpieniu pozytywnego szoku technologicznego zdecydowanie, skokowo rosną, by następnie stopniowo powrócić do stanu równowagi. W przypadku podaży pracy powrót do stanu równowagi w końcowym okresie wygasania wpływu szoku następuje z poziomu niższego niż pierwotny stan równowagi. Swój minimalny poziom podaż pracy osiąga po około 3 latach od wystąpienia wstrząsu.

Ponadto otrzymano, że wahania konsumpcji są znacznie słabsze niż fluktuacje produkcji, co wynika z tendencji gospodarstw domowych do wygładzania konsumpcji w czasie poprzez przeznaczenie części dodatkowej produkcji na akumulację kapitału.

Należy jednak podkreślić, iż ze względu na uproszczony charakter modelu należy z dużą ostrożnością podchodzić do interpretacji uzyskanych wyników. Wykorzystany model nie posiada szeregu mechanizmów, które są wbudowywane we współcześnie konstruowane dynamiczne, stochastyczne modele równowagi ogólnej³⁷. Ponadto rozszerzenie modelu o politykę pieniężną, a także o politykę fiskalną, umożliwiłoby dokonanie oceny polityki makroekonomicznej w Polsce z perspektywy dynamicznego modelu równowagi ogólnej.

Na podstawie otrzymanych wyników uzyskano, że model Hansena dobrze oddaje korelacje pomiędzy głównymi zmiennymi makroekonomicznymi zwłaszcza w świetle prostoty modelu. Otrzymane wyniki potwierdzają, że dynamika modeli RBC może mieć zastosowanie do prowadzenia tego typu analiz w warunkach gospodarki polskiej. Jednocześnie modele RBC są modelami o relatywnie słabych własnościach prognostycznych.

³⁷ Wśród tych mechanizmów można wyróżnić m.in. zasób przyzwyczajęń w konsumpcji gospodarstw domowych, koszty dostosowawcze inwestycji, zmienną stopę wykorzystania kapitału oraz sztywności nominalne zarówno cen, jak i płac, a także bardziej rozbudowaną strukturę szoków (por. m.in. [Christiano, Eichenbaum, Evans, 2005], [Smets, Wouters, 2003]).

Bibliografia

- Adamowicz E., Dudek S., Pachucki D., Walczyk K., [2009], *Synchronizacja cyklu koniunkturalnego polskiej gospodarki z krajami strefy euro w kontekście struktury tych gospodarek*, [w:] Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej, NBP, Warszawa.
- Altug S., [1989], *Time-to-Build and Aggregate Fluctuations: Some New Evidence*, „International Economic Review”, rocznik 30, nr 4, s. 889-920.
- An S., Schorfheide F., [2007], *Bayesian Analysis of DSGE Models*, „Econometric Review”, rocznik 24, nr 2-4, s. 113-172.
- Blanchard O.J., Kahn Ch.M., [1980], *The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations*, „Econometrica”, rocznik 48, nr 5, s. 1305-1312.
- Brzoza-Brzezina M., Makarski K., [2010], *Credit Crunch in a Small Open Economy*, „National Bank of Poland Working Paper”, nr 75.
- Canova F., [1998], *Detrending and business cycle facts*, „Journal of Monetary Economics”, rocznik 41, nr 3, s. 475-512.
- Canova F., [2007], *Methods for Applied Macroeconomic Research*, Princeton University Press, Princeton.
- Christiano L.J., Eichenbaum M., [1992], *Current Real-Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations*, „American Economic Review”, rocznik 82, nr 3, s. 430-450.
- Christiano L.J., Eichenbaum M., Evans Ch., [2005], *Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy*, *Journal of Political Economy*, rocznik 113, nr 1, s. 1-45.
- DeJong D.N., Dave Ch., [2007], *Structural Macroeconometrics*, Princeton University Press, Princeton and Oxford.
- Fic T., [2009], *Business Cycle in the Economy of Poland. Observation derived from Markov Chains*, „*Ekonomista*” 1, s. 49-65.
- Gali J., [2008], *Monetary Policy, Inflation and Business Cycles. An Introduction to the New Keynesian Framework*, Princeton University Press, Princeton.
- Grabek G., Kłos B., Utzig-Lenarczyk G., [2007], *SOE-PL – model DSGE małej otwartej gospodarki estymowany na danych polskich. Metodologia, specyfikacja i pierwsze zastosowania*, „*Materiały i Studia*”, nr 217, NBP, Warszawa.
- Gradzewicz M., Makarski K., [2009], *The Macroeconomic Effects of Losing Autonomous Monetary Policy after the Euro Adoption in Poland*, „National Bank of Poland Working Papers”, nr 58.
- Griffoli T.M., [2007], *Dynare User Guide. An introduction to the solution and estimation of DSGE models*, manuskrypt.
- Hansen G.D., [1985], *Indivisible Labor and the Business Cycle*, „Journal of Monetary Economics”, nr 16, s. 309-327.
- Hansen G.D., Wright R., [1992], *The Labour Market In Real Business Cycle Theory*, „The Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review”, rocznik 16, nr 2.
- Hodrick R.J., Prescott E.C., [1997], *Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation*, „Journal of Money, Credit and Banking”, rocznik 29, nr 1, s. 1-16.
- Ireland P.N., [2004], *A method for a talking model to the data*, „Journal of Economic Dynamics and Control”, nr 28, s. 1205-1226.
- Kaiser R., Maraval A., [1999], *Estimation of the Business Cycle: A Modified Hodrick-Prescott Filter*, „Spanish Economic Review”, nr 1, s. 175-206.
- King R.G., Plosser Ch.I., Rebelo S.T., [1988], *Production, Growth and Business Cycles I. The Basic Neoclassical Model*, „Journal of Monetary Economics”, nr 21, s. 195-232.
- King R.G., Rebelo S.T., [2000], *Resuscitating Real Business Cycles*, NBER Working Papers, nr 7534.
- Klein P., [2000], *Using the generalized Schur form to solve a multivariate linear national expectations model*, „Journal of Economic Dynamics and Control”, nr 24, s. 1405-1423.

- Kolasa M., [2008], *Structural heterogeneity or asymmetric shocks? Poland and the euro area through the lens of a two-country DSGE model*, „National Bank of Poland Working Paper”, nr 49, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- Koronowski A., [2007], *Real and Nominal Divergences In a Monetary Union – an Approach Beyond the Theory of Optimum Currency Areas*, Bank i Kredyt, październik 2007, s. 15-20.
- Koronowski A., [2008], *Dywergencje koniunkturalne w unii monetarnej*, Ekonomista, nr 1, s. 77-95.
- Kydland F.E., Prescott E.C., [1982], *Time to Build and Aggregate Fluctuations*, „Econometrica”, rocznik 50, nr 6, s. 1354-1370.
- Lucas R.J. Rapping L.A., [1969], *Real Wages, Employment and Inflation*, „Journal of Political Economy”, rocznik 77, nr 5, s. 721-754.
- Maliar L., Maliar S., [2004], *Indivisible-labor, lotteries na idiosyncratic productivity shocks*, „Mathematical Social Sciences”, nr 48, s. 23-35.
- Mankiw N.G., [1989], *Real Business Cycles: A New Keynesian Perspective*, „Journal of Economic Perspectives”, rocznik 2, nr 3, s. 79-90.
- McCandless G., [2008], *The ABCs of RBCs. An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models*, Harvard University Press, Cambridge.
- Nelson C.R., Kang H., [1981], *Spurious Periodicity in Inappropriately Detrended Time Series*, „Econometrica”, nr 49, s. 741-751.
- Plosser Ch.I., [1989], *Understanding Real Business Cycles*, „Journal of Economic Perspectives”, rocznik 3, nr 3, s. 51-77.
- Prescott E.C., [2003], *Non-Convexities in Quantitative General Equilibrium Studies of Business Cycles*, „Research Department Staff Report”, nr 312, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Rogerson R., [1988], *Indivisible Labor, Lotteries and Equilibrium*, „Journal of Monetary Economics”, nr 21, s. 3-16.
- Romer D., [2000], *Makroekonomia dla zaawansowanych*, PWN, Warszawa.
- Schmitt-Grohe S., Uribe M., [2004], *Solving dynamic general equilibrium models using a second-order approximation to the policy function*, „Journal of Economic Dynamics and Control”, nr 28, s. 755-775.
- Schorfheide F., [2000], *Loss Function-Based Evaluation of DSGE Models*, „Journal of Applied Econometrics”, nr 15, s. 645-670.
- Shell K., Wright R., [1993], *Indivisibilities, lotteries, sunspot equilibria*, „Economic Theory”, nr 3, s. 1-17.
- Sims Ch.A., [2001], *Solving Linear Rational Expectations Models*, „Computational Economics”, nr 20, s. 1-20.
- Skrzypczyński P., [2006], *Analiza synchronizacji cykli koniunkturalnych w strefie euro*, Materiały i Studia, Zeszyty nr 210.
- Smets F., Wouters R., [2003], *An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area*, „Journal of the European Economic Association”, rocznik 1, nr 5, s. 1123-1175.
- Snowdon B., Vane H., Wynarczyk P., [1998], *Współczesne nurty teorii makroekonomii*, PWN, Warszawa.
- Standler G.W., [1994], *Real Business Cycles*, „Journal of Economics Literature”, nr 32, grudzień, s. 1750-1783.
- Summers L.H., [1986], *Some Skeptical Observations on Real Business Cycle Theory*, „Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review”, rocznik 10, nr 4, s. 23-27.
- Uhlig H., [1995], *A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily*, Institute for Empirical Macroeconomics Federal Reserve Bank of Minneapolis „Discussion Paper”, nr 101.
- Welfe W., [2003], *Łączna produktywność czynników produkcji a postęp techniczny*, Studia Ekonomiczne, nr 1-2.
- Woźniak P., Paczyński W., [2007], *Business Cycle Coherence between the Euro Area and the EU New Member States: a Time-Frequency Analysis*, manuskrypt.

THE HANSEN REAL BUSINESS CYCLE MODEL AND ITS APPLICATION IN THE POLISH ECONOMY

Summary

The paper analyzes the so-called real business cycle model developed by American economist Gary D. Hansen. The model is expanded to include an indivisible labor mechanism. The aim is to check the model in terms of its accuracy in explaining business cycle fluctuations in Poland.

The first part of the article discusses the assumptions and structure of the model. The authors define a state of stationary equilibrium and the final form of the model – a system of log-linearized equations. In the second part of the paper, the authors calibrate the structural parameters and conduct an empirical analysis of the Hansen model, beginning with the characteristics of the variables used in the study and the value of the model's parameters. The model is solved and the reactions of individual variables to a technological shock are analyzed.

The coefficients of correlation and the deviations of standard simulated and real variables show that the model correctly reflects the direction and strength of the relationships between the variables, the authors say. Positive correlations were obtained between all the simulated variables, in the same way as in the case of actual data. At the same time, in the case of simulated data, much higher correlations were obtained between capital and consumption and between technological changes and labor than in the case of actual data.

As part of the study, an analysis was also conducted of the reactions of variables to a technological shock introduced to the model on an impulse basis. The strongest reaction to the shock was recorded in the case of labor supply and production. Moreover, in the same way as for actual data, the authors found that the fluctuations of consumption are much weaker than the fluctuations of production. This stems from the fact that households tend to smooth out consumption over time, Kuchta and Piłat say.

The obtained results confirm that the dynamism of the Hansen real business cycle model, despite its simplicity, relatively accurately reflects the changes in Poland's key macroeconomic variables.

Keywords: real business cycle model, business cycle fluctuations, indivisible labor, log-linearized equation, calibration