

# GOSPODARKA NARODOWA

10  
(254)  
Rok LXXX/XXI  
październik  
2012  
s. 49-71

Łukasz GOCZEK\*

## Metody ekonometryczne w modelach wzrostu gospodarczego

---

**Streszczenie:** Celem artykułu jest przegląd i ocena poszczególnych metod ekonometrycznych używanych w modelach empirycznych wzrostu gospodarczego, co ma zasadnicze znaczenie dla ekonomicznego znaczenia tych badań i siły wniosków z nich płynących dla polityki gospodarczej. Przyjętą metodą jest dyskusja teoretyczna poświęcona poszczególnym modelom empirycznym zilustrowana własnymi oszacowaniami omawianych modeli. W badaniu ekonometrycznym wykazano, że preferowaną metodą szacowania dynamicznych modeli wzrostu na danych przekrojowo-czasowych jest Uogólniona Metoda Momentów zastosowana jednocześnie na poziomach i na pierwszych różnicach z korektą błędu w małych próbach. W artykule również wskazano, że w innych zastosowaniach, właściwsze mogą być estymacje prowadzone przy pomocy estymatora Kivietta bądź estymatora PMG.

**Słowa kluczowe:** wzrost gospodarczy, modele empiryczne, metody ekonometryczne, konwergencja

**Kody JEL:** O40, O47, C23, C52

---

Artykuł wpłynął do druku 9 sierpnia 2012 r.

---

## Wprowadzenie

W ciągu ostatnich dwóch dekad, w następstwie wzrostu mocy obliczeniowej komputerów oraz upowszechnienia dużych baz danych nastąpił niespotykany gdzie indziej w naukach ekonomicznych wzrost ilości badań empirycznych wzrostu gospodarczego i jego uwarunkowań. Te dwa czynniki, w połączeniu z postępem w teorii ekonometrii w ostatniej dekadzie, pozwoliły ekonomistom bardziej rygorystycznie badać determinanty wzrostu gospodarczego, dzięki

---

\* Uniwersytet Warszawski, Wydział Nauk Ekonomicznych, Katedra Makroekonomii i Teorii Handlu Zagranicznego, e-mail: lgoczek@wne.uw.edu.pl

możliwości uwzględnienia w badaniach obciążeń wprowadzonych przez błąd pomiaru, endogeniczność i pominięte zmienne. Jak dotąd jednak, wnioski dla praktyki polityki gospodarczej płynące z tak licznych badań są nieproporcjonalnie słabe. Durlauf et al. [2005] wskazują 145 determinantów wzrostu uznanych w literaturze przynajmniej raz za istotne statystycznie. Wyniki te kontrastują z badaniami opartymi o analizy odporności i metody bayesowskie, które wskazują na niewielką ilość istotnych determinantów wzrostu gospodarczego. Co więcej, wyniki uzyskane przez różnych autorów zależą od analizowanej próbki, specyfikacji modelu i metody szacowania. Ta ostatnia kwestia ma znaczenie równie fundamentalne jak pozostałe, bowiem różnice w wyborze metody szacowania często przynoszą inne, a nawet sprzeczne wyniki, pozostawiając dużą dozę wątpliwości co do poprawności statystycznej modeli, służących do udowodnienia tez postulowanych przez autorów badań. Wszystko to znacząco osłabia siłę rekomendacji wypracowywanych przez badaczy dla praktyki polityki gospodarczej.

W artykule zaprezentowano przegląd metod ekonometrycznych używanych do szacowania modeli empirycznych stosowanych w obecnie prowadzonej analizie wzrostu gospodarczego na tle literatury przedmiotu oraz przeprowadzono własne badanie na przykładzie modelu neoklasycznego. Można wysunąć argument, że od strony teoretycznej model ten jest zbyt prosty. Niemniej jednak jest to przykład podstawowego modelu, który można dość łatwo rozszerzać o kolejne determinanty wzrostu, będące przedmiotem kolejnych badań. Z tego też powodu jest on punktem wyjścia do wszelkich bardziej zaawansowanych badań determinantów wzrostu gospodarczego i autorzy nawet pionierskich badań zwykle wychodzą od oszacowania tego modelu. Dlatego też poprawne podejście pod względem samej metody szacowania do modelu neoklasycznego ma zasadnicze znaczenie dla całości wyciąganych wniosków z takich badań [Islam, 1995], [Bond et al., 2010].

Jednocześnie można wskazać, że choć w literaturze polskiej relatywnie dużo uwagi poświęca się wzrostowi gospodarczemu, wiele z tych opracowań ma charakter opisowy, oszacowania ilościowe są rzadsze i dość często korzystają one z metod obarczonych znanymi w literaturze ekonometrycznej błędami metodologicznymi. Natomiast w kontekście literatury światowej artykuł ten wpisuje się w nurt rosnącego niezadowolenia z obecnego stanu wiedzy na temat wzrostu gospodarczego [Temple, 2000], [Rodriguez 2007], [Durlauf et al., 2008], [Ciccione, Jarociński, 2010], relatywnie niskiej krańcowej produktywności kolejnych badań „czynników wzrostu” [Durlauf et. al., 2005] oraz prób zaradzenia tym dwóm zjawiskom przy pomocy rozwoju metod ekonometrycznych. Celem niniejszego artykułu jest zatem przegląd i relatywna ocena poszczególnych metod używanych w modelach empirycznych wzrostu gospodarczego, co ma zasadniczą wagę dla ekonomicznego znaczenia tych badań i siły wniosków z nich płynących dla polityki gospodarczej.

Jak wskazano w artykule, badania empiryczne wzrostu gospodarczego korzystają głównie z przekrojowych, przekrojowo-czasowych prób krajów oraz szeregów czasowych w ramach pojedynczych krajów w celu oszacowania ważności

przewidywać modeli teoretycznych. Niniejszy artykuł skupia się na dwóch pierwszych podejściach. W części pierwszej artykułu przedstawiono neoklasyczny model wzrostu oraz opisano modele empiryczne wzrostu gospodarczego szacowane przy pomocy przekrojowych prób krajów. W części drugiej artykułu opisano modele szacowane przy pomocy przekrojowo-czasowych prób krajów. Część trzecia zawiera własne badanie empiryczne przeprowadzone na podstawie modelu neoklasycznego. Ostatnia część zawiera wnioski oraz przedstawia dalsze wyzwania stojące przed badaniami empirycznymi wzrostu gospodarczego.

### Oszacowania na podstawie przekrojowych prób krajów

Pierwsze badania empiryczne w dziedzinie wzrostu gospodarczego wykorzystywały proste korelacje oraz analizę regresji przy pomocy Metody Najmniejszych Kwadratów (MNK), na danych dotyczących jednego roku i niewielkiej liczbie krajów. Literatura poświęcona szacowaniu modeli empirycznych rozwinęła się znacząco dopiero wraz z publikacją szerzej porównywalnych danych między krajami. Badania rozpoczęto od prób przekrojowych krajów z pominiętym wymiarem czasowym (począwszy od [Barro, 1991]), co z jednej strony pozwoliło na sformułowanie pierwszych oszacowań konwergencji, z drugiej na rozbudowę modelu neoklasycznego [Mankiw et al., 1992] i próby weryfikacji niektórych postulatów wynikających z tzw. Nowej Teorii Wzrostu<sup>1</sup>.

Modele empiryczne wzrostu gospodarczego w swej postaci kanonicznej zazwyczaj rozpoczynają się od rozważenia problemu wzrostu długookresowego zadanego jednym z modeli neoklasycznych modelu Solowa lub Ramseya-Cassa-Koopmansa. Najczęściej w tym celu zakłada się, że funkcja produkcji Cobb-Douglasa ma następującą postać:

$$Y_i = A_i K_i^\alpha L_i^{1-\alpha} \quad \text{dla } i = 1, \dots, N \quad (1)$$

gdzie:  $Y_i$  jest produktem kraju  $i$ ,  $K_i$  zasobem kapitału fizycznego w użyciu,  $A_i$  jest produktywnością siły roboczej zwiększającej wydajność pracy,  $L_i$  jest zasobem siły roboczej. Udział kapitału w produkcji oznaczono, jako  $\alpha$ . Przyjmując stałą stopę oszczędności  $s$ , inwestycje w dobra trwałe można przedstawić następująco:

$$I = S = sY. \quad (2)$$

Po wstawieniu (2) do równania dynamiki kapitału uzyskuje się:

$$\dot{K} = sY - \delta K = sF(K, AL) - \delta K \quad (3)$$

<sup>1</sup> Do dzisiaj jednak nie ustalono metody empirycznej, dzięki której możliwe byłoby potwierdzenie hipotez płynących z jednej z klas modeli, jednocześnie odrzucając hipotezy z drugiej klasy. Najszerszy w polskiej literaturze naukowej przegląd modeli teoretycznych przedstawia Cieślak [2011].

gdzie  $\delta$  oznacza amortyzację kapitału. Z założenia stałości parametrów między krajami oraz równania akumulacji kapitału wynika, że w stanie równowagi wartość produkcji na pracownika wynosi:

$$y_i^* = A_i \left( \frac{s_i}{n_i + g_i + \delta_i} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (4)$$

gdzie:  $y$  jest produktem kraju  $i$  na zatrudnionego,  $n$  stopą przyrostu siły roboczej,  $g$ , tempem postępu technicznego,  $\delta$  stopą amortyzacji kapitału. Po przekształceniu na równanie regresji na danych przekrojowych równanie (4) można zapisać następująco:

$$\ln y_i^* = g + \ln A_0 + \beta_0 \ln y_0^* + \beta_1 \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \ln s_i - \beta_2 \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \ln(n_i + g_i + \delta_i) + v_i \quad (5)$$

gdzie:  $\beta_j$  dla  $j = 0, 1, 2$  są parametrami regresji,  $\omega_i$  jest wyrażeniem błędu o właściwościach i.i.d.

Mankiw et. al. [1992] zakładają, że początkowy poziom produktywności jest nieobserwowalny, a wartość wyrażenia  $g_i + \delta$  jest znana. Założenia te oznaczają, że funkcja dana równaniem (5) jest liniowa we współczynnikach obserwowalnych zmiennych, a zatem istnieje możliwość poddania jej oszacowaniu przy pomocy standardowej analizy regresji. Autorzy następnie twierdzą, że różnice w poziomie produktywności nie powinny być interpretowane jako odzwierciedlenie technologii, która jak zakładają jest jednakowa we wszystkich krajach, ale jako szeroki zestaw czynników wzrostu, które dla danego kraju wpływają na wzrost takimi kanałami, jak początkowe wyposażenie w zasoby, warunki geograficzne i instytucje. Zakładają również, że rozbieżności te różnią się losowo w tym rozumieniu, że:

$$\ln A_0 = \ln A + \eta_i \quad (6)$$

gdzie  $\eta_i$  jest efektem stałym, szokiem produktywności charakterystycznym dla kraju  $i$  w stosunku do produktywności światowej.

Mankiw et al. [1992] definiują zatem wyrażenie błędu jako:

$$\varepsilon_i = v_i - \beta \eta_i \quad (7)$$

Większość badań empirycznych wzrostu polega na próbie rozszerzenia modelu neoklasycznego przez dodanie dodatkowych zmiennych kontrolnych do regresji<sup>2</sup>. W stosunku do omówionych założeń, takie badania mogą być rozumiane jako wprowadzenie heterogeniczności w stanach stacjonarnych wzrostu oraz początkowego poziomu technologii, które to zróżnicowanie determinowane jest przez dodatkowe czynniki spoza modelu neoklasycznego. Używając przyjętej metodologii oznacza to modyfikację równania (7) do postaci:

<sup>2</sup> Przykładem takich badań mogą być Goczek [2010a], [2011a], [2011b], [2012].

$$\varepsilon_i = v_i + \pi Z_i - \beta \eta_i, \quad (8)$$

gdzie  $Z_i$  jest zestawem zmiennych kontrolnych spoza modelu neoklasycznego.

Upraszczając notację, zmienne wynikające z modelu neoklasycznego oraz zmienne kontrolne spoza modelu oznaczono jako  $x_{i,j}$  dla  $j = 1, \dots, k$ . Wówczas standardowy model empiryczny wzrostu gospodarczego w ogólnej formie można zapisać jako:

$$y_i = g + \beta_0 y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{i,j} + \varepsilon_i \quad (9)$$

gdzie:  $y_i$  to logarytm PKB *per capita* w kraju  $i$ ,  $y_{i,t-1}$  logarytm PKB *per capita* z poprzedniego okresu lub z okresu przyjętego za początkowy, a  $\beta_j$  dla  $j = 0, \dots, k$  są współczynnikami regresji,  $\varepsilon_i$  jest wyrażeniem błędu.

Podejście to ma wady związane z brakiem możliwości uwzględnienia czynników, które mogą ulegać znacznym zmianom w czasie – wybrane pojedyncze lata przekroju mogą mieć charakter niereprezentatywny dla innych lat ze względu na różne fazy cykli koniunkturalnych w różnych krajach w próbie. Uśrednianie danych w dłuższych okresach czasu rozwiązuje ten problem w niewielkim stopniu a długość okresu uśredniania jest przyjmowana arbitralnie przez autora badania. Podejście to od początku było poddane krytyce również pod względem metody statystycznej, która z perspektywy dzisiejszej wiedzy właściwie uniemożliwiała poprawne szacowanie zależności przewidywanych na podstawie teorii. Tablica 1 prezentuje właściwości procesu generowania danych dotyczących wzrostu, które wpływają na niepoprawność uzyskanych w tej pionierskiej literaturze wyników<sup>3</sup>.

**Tablica 1**

**Właściwości procesu generowania danych empirycznych w badaniach wzrostu**

- Proces generowania danych wzrostu gospodarczego ma charakter dynamiczny, a przeszłe wartości zmiennych mają wpływ na obecne (istnienie konwergencji).
- Mogą istnieć nieobserwowalne efekty stałe, co powoduje, że zmienna objaśniana zmienia się szybciej w przypadku niektórych jednostek obserwacyjnych niż innych (początkowy poziom produktywności czynników produkcji jest nieobserwowalny).
- Pominięte inne zmienne objaśniające.
- Niektóre ze zmiennych objaśniających mogą być endogeniczne – może zachodzić przeciwna przyczynowość.
- Błędy pomiaru (być może wynikające ze zmiany metodologicznej w zbieraniu danych) mogą być znaczne w danym roku.

Źródło: opracowanie własne

Z wymienionych w tablicy 1 właściwości, początkowo najważniejszym problemem wydawał się problem pominiętych zmiennych i ich identyfikacji.

<sup>3</sup> W Durlauf et al. [2005] w formie tabelarycznej zaprezentowano szerokie zestawienie prac dotyczących analiz empirycznych wzrostu, wraz z metodą oszacowania i uzyskanymi wynikami.

Stwierdzona w oszacowaniach korelacja pomiędzy wzrostem a badanymi czynnikami, która została jednakże oszacowana bez kontrolowania obecności innych czynników, niesie dla badającego niewiele informacji na temat przyczynowości. Zwłaszcza jeżeli pominięto czynniki, które w sposób istotny są związane ze wzrostem gospodarczym oraz badaną zmienną, a zatem postulowane zależności mogą być powodowane przez inne cechy kraju skorelowane zarówno ze wzrostem, jak i badanym czynnikiem. Po drugie, stwierdzona korelacja nie przekazuje informacji o kierunku przyczynowości między danym czynnikiem i wzrostem, która nie musi być w zakładanym przez autora modelu kierunku.

Oszacowanie modelu przy pomocy MNK przynosi obciążone wyniki, gdyż estymator ten nie jest zgodny przy pominiętych istotnych zmiennych. Taka sytuacja ma miejsce w badaniach empirycznych wzrostu, ponieważ w przypadku poszczególnych krajów istnieją nieobserwowalne efekty stałe (idiosynkratyczne dla kraju czynniki stałe w czasie, nieuwzględnione w modelu), co powoduje, że zmienna objaśniana zmienia się szybciej w przypadku niektórych jednostek obserwacyjnych niż innych. W analizie będącej przedmiotem artykułu takim czynnikiem jest początkowy poziom produktywności czynników produkcji, który determinuje późniejszy wzrost gospodarczy, lecz jest nieobserwowalny w danych. Oznacza to obecność efektu stałego, który powoduje dodatnią korelację wyrażenia błędu ze zmienną wyjaśnianą. Problem zmiennej pominiętej może również wystąpić, jeżeli inne zmienne objaśniające są skorelowane z nieobserwowalnym efektem stałym dla danego kraju lub istnieją inne zmienne objaśniające, które powinny lecz nie zostały zawarte w regresji opisanej równaniem (9), lub są skorelowane z innymi zmiennymi objaśniającymi, co powoduje, że:

$$E[x_{it}'(\eta_i + \varepsilon_i)] \neq 0 \quad (10)$$

gdzie  $\eta_i$  jest dodatnim błędem losowym charakterystycznym dla poszczególnych krajów.

Stanowi to podważenie warunków ortogonalności MNK. Dodatkowo przeciwna przyczynowość wzrostu PKB *per capita* względem zmiennej objaśniającej, którą można przedstawić w następujący sposób:

$$x_{i,j} = \lambda y_{i,t-1} + \mu_i \quad (11)$$

narusza warunki ortogonalności przez korelację błędów  $\varepsilon_i$  oraz  $\eta_i$  z obu równań i tym samym obciąża estymator  $\beta$  z równania (9).

Ze względu na złożoność zjawiska wzrostu gospodarczego, wielość teorii jego wyjaśniających oraz ilości wskazywanych w literaturze potencjalnych czynników wzrostu trudno, przy pomocy metody badawczej, zakładać z góry, że wszystkie istotne zmienne zostały uwzględnione w stosunkowo prostym modelu wzrostu w formie zredukowanej oraz że pomiędzy wzrostem PKB a badanymi w literaturze czynnikami wzrostu nie zachodzi przeciwna przyczynowość. Również błędy pomiaru i zmiany metodologiczne mają istotne znaczenie w przypadku prób krajów. Należy bowiem przyjąć, że jakość statystyk w danym kraju może być

w sposób systematyczny obciążona błędami pomiaru. Również takie obciążenie, skorelowane z mierzonymi wartościami zmiennych, będzie miało wpływ na uzyskane wyniki. Te zastrzeżenia powodują, że dociekania empiryczne w materii wzrostu gospodarczego prowadzone przy pomocy MNK na przekrojowej próbie krajów (choć dotyczy się to również niektórych bardziej zaawansowanych metod), dają wyniki, które można uznać za niepoprawne pod względem użytej metody statystycznej<sup>4</sup>.

W rezultacie powyższych problemów w literaturze teoretycznej poświęca się nadmierną uwagę wynikom i konkluzjom, których sposób uzyskania budzi wątpliwości natury statystycznej. Niekoniecznie niepoprawnym, lecz symptomatycznym przykładem jest równe traktowanie wyników uzyskanych z prób przekrojowych i prób przekrojowo-czasowych w przeglądach literatury, pomimo zysku informacyjnego związanego z dodaniem wymiaru czasowego do próby. Co więcej przeglądy te najczęściej nie krytykują błędów w warsztacie badawczym osoby dokonującej oszacowań statystycznych. Skutkiem tego jest, że niepełne z punktu widzenia dzisiejszej wiedzy statystycznej wyniki są niemożliwe do poddania krytycznej ocenie przez osoby niezainteresowane wymiarem statystycznym opracowań empirycznych, które niejednokrotnie są w rezultacie przyjmowane za pewnik [Goczek, 2010b]. Przykładem takiego traktowania są opisywane już wyniki [Mankiw et al., 1992] dotyczące kapitału ludzkiego, które nie zostały powtórzone w badaniach korzystających z bardziej zaawansowanych metod statystycznych [Bosworth, Collins, 2003], [Edwards, 2008].

### Oszacowania na podstawie przekrojowo-czasowych prób krajów

Poszerzenie dostępu do danych o charakterze przekrojowo-czasowym, nowe badania teoretyczne z dziedziny ekonometrii oraz wzrost mocy obliczeniowej komputerów pozwoliły odpowiedzieć na wiele spośród omówionych w poprzednim rozdziale problemów przy pomocy estymatorów panelowych. Standardowy panelowy model wzrostu gospodarczego można zapisać w postaci ogólnej w następujący sposób:

$$y_{i,t} = g + \beta_0 y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{i,j,t} + \varepsilon_{i,t} \quad \text{dla } i = 1, \dots, N \text{ i } t = 1, \dots, T. \quad (12)$$

W tej specyfikacji wyrażenie błędu ma następującą postać:

$$\varepsilon_{i,t} = \eta_i + \gamma_{i,t} + v_{i,t} \quad (13)$$

gdzie:  $\eta_i$  jest błędem losowym charakterystycznym dla poszczególnych krajów,  $\gamma_i$  błędem losowym charakterystycznym dla poszczególnych okresów,  $v_{it}$  błędem o właściwościach i.i.d.

<sup>4</sup> Pogląd ten został wyrażony m.in. w [Islam, 1995], [Temple, 2000], [Edwards, 2008].

Po przekształceniu równania (12) do postaci porównywalnej z kolejnymi ma ono następującą postać:

$$y_{i,t} = g + \beta_0 y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{i,t,j} + \eta_i + \gamma_i + v_{i,t}, \quad (14)$$

gdzie:  $x_{it}$  jest wektorem cech mierzonych w trakcie lub na początku okresu,  $\eta_i$  to efekty stałe, nieobserwowalne dla poszczególnych krajów, które np. odzwierciedlają różnice w początkowym poziomie produktywności, podczas gdy  $\gamma_i$  to efekty specyficzne dla danego okresu, które przedstawiają wspólne dla wszystkich krajów zmiany wydajności wynikające z globalnego cyklu koniunkturalnego. Efekty te mogą również odzwierciedlać błędy pomiarowe dla danego okresu. Wymiar czasowy danych w badaniu wzrostu gospodarczego jest zwykle uśredniany w okresach o długości 5 lub 10 lat w celu uniknięcia wpływu krótkoterminowych cykli koniunkturalnych, które w perspektywie danych rocznych mogłyby wpłynąć na oszacowanie konwergencji.

Zaproponowaną, w celu uniknięcia nieobserwowalnych efektów stałych dla krajów oraz eliminacji niezmiennych w czasie błędów pomiaru, metodą szacowania jest różnicowanie bądź bliskie temu przekształcenie wewnątrzobiektywne, co nosi ogólną nazwę estymatorów z efektami stałymi (dalej oznaczono jako FE):

$$y_{i,t} - \bar{y}_i = \beta_0 (y_{i,t-1} - \bar{y}_i) + \sum_{j=1}^k \beta_j (x_{i,t,j} - \bar{x}_{i,j}) + \gamma_{i,t} - \bar{\gamma}_i + v_{i,t} - \bar{v}_i. \quad (15)$$

Jednak, jak wskazuje Nickell [1981], pomimo różnicowania nadal występuje korelacja między zróżnicowaną opóźnioną zmienną zależną i przekształconym wyrażeniem błędu. Korelacja ta sprawia, że estymatory FE pożądane właściwości osiągają wyłącznie asymptotycznie, tzn. gdy liczba obserwacji w czasie zmierza do nieskończoności. Nie jest to jednak przypadek typowego modelu wzrostu, gdzie z reguły występuje znacznie mniej niż 50 obserwacji w czasie (ze względu na uśrednianie i różnicowanie z reguły jest to 5-10 obserwacji). Z samej definicji omawiana metoda ogranicza analizę do szukania średniej wewnątrz krajów, pomijając być może istotne różnice między krajami. Metoda ta w żadnym stopniu nie pomaga rozwiązać problemu przyczynowości, błędu pomiaru oraz zmiennych w czasie pominiętych zmiennych. Nie pozwala również na szacowanie wpływu zmiennych o charakterze stałym w czasie na wzrost gospodarczy, jak np. wpływu warunków geograficznych czy historii.

Rozwiązaniem problemu błędu pomiarowego i przeciwnej przyczynowości jest estymator Metody Zmiennych Instrumentalnych Andersona i Hsiao [1981] (dalej oznaczono jako AH). AH zakłada szacowanie modelu na pierwszych różnicach i użycie przeszłego poziomu PKB w drugim opóźnieniu, jako instrumentu dla opóźnionych pierwszych różnic PKB. Pozwala to na wyizolowanie tej części wariacji zmiennej objaśnianej, która nie jest związana z przeciwną przyczynowością, pominiętymi zmiennymi i błędem pomiarowym. Metoda ta



proceeds to estimates that are consistent, but they may be inefficient due to non-sphericity of the error term because of the lack of use of all the conditions concerning moments [Hansen, 1982].

The Generalized Method of Moments (GMM), of which the AH estimator is a special case, allows for the consideration of heteroskedasticity due to the use of additional conditions concerning moments. The possibility of obtaining unbiased estimates, in the presence of problems with heteroskedasticity and autocorrelation, even in the presence of measurement error and endogenous variables explaining the state, is a strong advantage of the GMM approach over other methods in empirical growth studies. Although there are many estimators of the highest reliability, which have been proposed for dynamic panel models, it is not clear what their properties are in the situation of general problems in growth econometrics, in connection with the lack of possibility of their reliable testing. It is certainly for this reason that the greatest popularity was achieved by the difference GMM estimator of Arellano and Bond [1991] (hereafter AB), as the authors showed, in what way the presence of these disturbances will affect the accuracy of the instruments of the GMM and in what way, the assumptions concerning the instruments, can be tested in the framework of the chosen estimator. The authors also presented a test for the disturbance autocorrelation of the second order, which is a basic problem for the estimator. Let us consider the following equation:

$$\Delta y_{i,t} = \Delta \gamma_t + \beta_0 \Delta y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j (x_{i,j,t} - x_{i,j,t-1}) + \varepsilon_{i,t} - \varepsilon_{i,t-1}. \quad (16)$$

AB propose the use of additional conditions in the form of instruments for the difference variable explained in the form of its lags. If the error term does not show autocorrelation, and the variables explaining the state are weakly exogenous, then a suitable instrument in the case of the lagged difference of the PKB variable is the variable  $y_{i,t-2}$ , and the lags of the variables explaining the state  $x_{i,t-2}$  are good instruments for the equations in the form of first differences.

In order to estimate equation (16) one can use the following conditions:

$$\begin{aligned} E[x_{i,t-s} \Delta \varepsilon_{i,t}] &= 0 \\ E[y_{i,t-s} \Delta \varepsilon_{i,t}] &= 0 \end{aligned} \quad \text{dla każdego } t = 3, \dots, T, s \geq 2. \quad (17)$$

The AB estimator is more efficient than the AH estimator, but it has the character of asymptotic efficiency. As we have mentioned, this estimator, despite its good asymptotic properties, proved to be unsuitable for tests with a finite number of observations. In broad cross-sectional time-series tests (i.e. with a shorter time dimension than countries) it can be shown that the GMM estimator will be biased due to the finite number of observations. Blundell and Bond [1998] demonstrate that when the variable explained has the character of a random walk, the difference GMM estimator AB shows weak properties in finite samples, which is manifested by the bias of the coefficients of the autoregressive process. It

to zasadnicze znaczenie przy próbach oszacowania konwergencji w PKB *per capita*. Dodatkowo problem ten może uwidaczniać się w problemie słabych instrumentów [Staiger, Stock, 1997]. Bond et al. [2010] wskazują, że może to być poważny problem w modelach autoregresji podobnych do równań wzrostu. Jak już wspomniano, jest to istotne zwłaszcza, że PKB *per capita* zawarty w próbie jest uśredniany w okresach 5 lub 10 letnich, co oznacza, że wymiar czasowy panelu jest z konieczności krótki. Co więcej, z powodu transformacji przy pomocy różnicowania gubiona jest wariancja efektów stałych dla poszczególnych krajów i może to powodować podobne obciążenie, jak w przypadku estymatora FE, gdy wariancja ta jest znacząco większa od wariancji składnika losowego.

Blundell i Bond [1998] zaproponowali zastosowanie, oprócz regresji na różnicach, dodatkowej regresji na poziomach z opóźnionymi zmiennymi jako instrumentami. Wymaga to spełnienia dodatkowych warunków dotyczących momentów, które opierają się na warunkach stacjonarności względem początkowej obserwacji:

$$E[\Delta y_{i,t-s} | (\eta_i + v_{it})] = 0 \text{ dla } s \geq 2, t = 3, \dots, T \quad (18)$$

$$E[\Delta x_{i,t-s} | (\eta_i + v_{it})] = 0 \text{ dla } s \geq 2, t = 3, \dots, T \quad (19)$$

Warunki te są spełnione, gdy proces generowania danych jest stacjonarny co do średniej:

$$y_{i,1} \frac{n_i}{(1-\alpha)} + \varepsilon_i \text{ przy } E(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i \eta_i) = 0 \quad (20)$$

$$x_{i,1} \frac{n_i}{(1-\alpha)} + \varepsilon_i \text{ przy } E(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i \eta_i) = 0 \quad (21)$$

Jak zostało to przedstawione w symulacjach Monte Carlo [Blundell, Bond, 1998], [Blundell, et al., 2000], gdy te warunki są spełnione, otrzymany estymator UMM na różnicach i poziomach (dalej BB, ang. *System GMM*), ma lepsze właściwości w skończonych próbach w zakresie obciążeń i RMSE niż estymator różnicowy.

Rozważmy skutki teoretyczne dodatkowych założeń, które są wymagane dla oszacowania tego równania przy pomocy estymatora BB. Z pozoru warunki stacjonarności procesu, co do średniej wydaje się zbyt restrykcyjny dla oszacowania modelu wzrostu, jak zauważa Bond et al. [2010]. Chociaż stacjonarne wokół średnich procesy stóp inwestycji i tempa wzrostu populacji są zgodne z neoklasycznymi modelami wzrostu, stacjonarność PKB co do średniej już zgodna nie jest. Jednocześnie oba te założenia są sprzeczne z modelami endogenicznymi. Blundell i Bond [2000] pokazują, że warunek ten nie jest w rzeczywistości warunkiem koniecznym. Rozważając równanie w pierwszych różnicach (16), można pokazać, że jeśli:

$$E(\eta_i' \Delta x_{i,t}) = 0 \quad (22)$$

oraz zakładając, że ten sam proces generowania danych powodował danymi PKB *per capita* przez na tyle długi okres przed wybraną próbą, że wpływ warunków początkowych (w tym przypadku początkowy poziom kapitału) można uznać za nieistotny, to:

$$E(\eta_i' \Delta y_{i,t}) = 0 \quad (23)$$

Zależność ta ma miejsce nawet, jeśli średnie zmiennych  $x$  i  $y$  nie są stałe oraz nawet po usunięciu zmiennych zero-jedynkowych w czasie. Warunek, że pierwsze różnice stóp inwestycji i tempa wzrostu liczby ludności nie mogą być skorelowane z efektami stałymi dla danego kraju, wydaje się rozsądny w kontekście wzrostu. Można zauważyć, że jeśli pierwsze różnice tych zmiennych były skorelowane z efektami stałymi dla danego kraju, miałyby to nieprawdopodobne implikacje długoterminowe. Należy podkreślić, że założenie dane równaniem (23) nie oznacza, że dla danego kraju efekty stałe nie odgrywają żadnej roli w ustalaniu wzrostu. Ich wpływ jest jednym z wyznaczników stanu ustalonego poziomu produkcji na jednostkę wydajności pracy, uzależnionego od warunków początkowych próby i innych uwarunkowań w stanie stacjonarnym, jak inwestycje, amortyzacja kapitału i wzrost liczby ludności. Istotą tych założeń jest, że nie ma korelacji między wzrostem produkcji i efektem stałym przy braku innych zmiennych. Niemniej jednak włączenie zmiennych zerojedynkowych<sup>5</sup> odpowiadających kolejnym okresom czasu w próbie pozwala na rozwiązanie tego problemu przy pomocy założenia o wspólnym tempie długoterminowego wzrostu PKB *per capita* (dla danych wartości zmiennych kontrolnych). Jest to zgodne z założeniem o wspólnym dla wszystkich krajów tempie postępu technicznego, nie narusza przy tym ważności dodatkowych ograniczeń momentów wykorzystywanych przez estymator UMM na poziomach i różnicach.

W razie obecności heteroskedastyczności i autokorelacji w modelu możliwe jest zastosowanie dwustopniowego estymatora UMM, korzystającego z pierwszego kroku [Davidson, MacKinnon, 2004] do oszacowania macierzy wag reszt oszacowania w drugim. Choć asymptotycznie bardziej efektywny, dwustopniowy estymator UMM w skończonych próbach przedstawia szacunki standardowych błędów, które są mocno obciążone w dół. Możliwe jest natomiast, aby rozwiązać ten problem za pomocą korekty do dwuetapowej kowariancji w skończonej próbie zaproponowanej przez Windmeijera [2005]. Korekta ta powoduje, że odporny dwustopniowy estymator UMM na różnicach i poziomach jest bardziej efektywny niż odporne estymatory jednostopniowe, nawet gdy panel jest stosunkowo krótki [Roodman, 2006].

Dodatkowo estymator ten rozwiązuje problem błędu pomiaru i przeciwnej przyczynowości. Bond et al. [2010] wskazują, że dzięki użyciu zmiennych

<sup>5</sup> Blundell i Bond [2000] przedstawiając zastosowanie swojego estymatora, nie używają zmiennych zero-jedynkowych odpowiadających okresom czasu.

zerojedynkowych odpowiadających kolejnym okresom czasu zmienny w czasie błąd pomiaru w danym obserwowanym szeregu w próbie nie ma konsekwencji dla oszacowania modelu wzrostu i nie ma wpływu na ważność użytych instrumentów UMM. Z kolei opóźnienia w poziomach pozwalają zmniejszyć problem przeciwnej przyczynowości. Przy założeniu, że przeciwna przyczynowość jest opisana jak w równaniu (11) oraz że zmienna wyjaśniająca  $x_{it}$  ma charakter endogeniczny, zmienna ta może zależeć od przeszłych wartości PKB *per capita*, lecz nie może zależeć od przyszłego poziomu PKB *per capita*. W tej sytuacji dzięki włączeniu do równania przeszłych realizacji zmiennej wyjaśniającej kontrolowany jest wpływ przeciwnej przyczynowości, a oszacowane współczynniki regresji mierzą wyłącznie krańcowy wpływ obecnych wartości  $x_{it}$  na przyszły poziom PKB *per capita*. Zatem można wnioskować, że oszacowany w ten sposób współczynnik uwzględnia przyczynowość w sensie Grangera.

Można przedstawić to zagadnienie za pomocą hipotetycznej zmiennej objaśnianej, która jest potencjalnie endogeniczna. Na potrzeby wyjaśnienia można założyć, że zmienna ta ma pozytywny wpływ na wzrost gospodarczy, a wzrost gospodarczy ma pozytywny wpływ na tę zmienną (choć przeciwny przypadek jest również możliwy). Na przykład bogatsze kraje mają większe prawdopodobieństwo wyższych wartości tej zmiennej, bo są w stanie przeznaczyć więcej środków na kosztowne dobra, takie jak infrastruktura o wysokiej jakości, sprawna administracja, niski poziom korupcji itp., które następnie mogą wpływać pozytywnie na wzrost. Niemniej jednak w badaniu wzrostu przedmiotem zainteresowania jest wyłącznie przyczynowość w kierunku od tej zmiennej do wzrostu a przeciwna zależność potencjalnie zakłóca wyniki, a zatem w sensie Grangera przedmiotem zainteresowania jest sytuacja, kiedy zmienna ta jest determinowana w okresie wcześniejszym niż ona sama wpływa na PKB, a nie jest przedmiotem zainteresowania zależność przeciwna. Użycie estymatora UMM na poziomach i różnicach filtruje tego rodzaju przeciwną przyczynowość, mierząc jedynie tylko wpływ bieżącej wartości zmiennej na wzrost gospodarczy w kolejnych okresach<sup>6</sup>.

W dotychczas prezentowanych metodach przekrojowo-czasowych jedyne użyte instrumenty statystycznymi są instrumenty endogeniczne. Np. w przypadku UMM poziomów i różnic w modelach empirycznych najczęściej w przypadku równania pierwszych różnic wzrostu stosuje się różnice zmiennych objaśniających oraz drugie opóźnienia poziomu zmiennej objaśnianej, a w przypadku równania poziomów są to opóźnione pierwsze różnice zmiennej objaśnianej. Oprócz uwzględnienia instrumentów o charakterze endogenicznym, możliwe jest uwzględnienie w modelu zmiennych instrumentalnych o charakterze egzogenicznym, co pozwala na uwzględnienie zmiennych mających być może przeciwną przyczynowość, bądź działających jako zmienna trzecia. Do takich zmiennych mogą należeć zmienne geograficzne (niekorzystny klimat,

<sup>6</sup> Dzieje się tak przy założeniu, że bieżący poziom danej zmiennej nie zależy od perspektywy przyszłego wzrostu. To założenie jednak nie jest wiążącym ograniczeniem dla estymacji tą metodą, ponieważ nie jest prawdopodobne, że zmienna ta poprawia się w oczekiwaniu na zmianę dochodu.

położenie wewnątrz ładu, odległość od centrów handlowych itp.) lub historyczne (pochodzenie systemu prawnego, przeszłość kolonialna, śmiertelność osadników itp.), które z założenia mają wpływ na zmienną o charakterze endogenicznym, lecz nie są bezpośrednio skorelowane z bieżącym wzrostem. Istnieją jednocześnie dwa formalne warunki, które muszą być spełnione, aby użyte instrumenty okazały się właściwe. Po pierwsze, zmienne egzogeniczne nie mogą być skorelowane z wyrażeniem błędu, czyli z definicji muszą być egzogeniczne. Po drugie, muszą wyjaśniać wariancję w zmiennej endogenicznej pomimo użycia w modelu innych kontrolnych zmiennych egzogenicznych.

Kolejnym opisywanym problemem estymacji modelu przekrojowo-czasowego wzrostu może być niewielki wymiar panelu pod względem zarówno okresów, jak i jednostek przekrojowych, co często ma miejsce w przypadku badań o charakterze regionalnym. Metody UMM były przez autorów opracowane w celu szacowania prób mikroekonomicznych, w których występują tysiące podmiotów obserwacyjnych, jednakże krajów jest relatywnie mało, co więcej szeregi danych ekonomicznych w przypadku większości krajów są zbyt krótkie – dalsze ograniczanie liczby krajów powoduje istotne obciążenia. Jednym z możliwych rozwiązań w radzeniu sobie z problemem małych próbek w dynamicznych modelach panelowych jest estymator zaproponowany przez Kivietta [1995], który rozważa korektę modelu pierwszych różnic w zbilansowanym panelu, gdzie liczba  $N$  jest niewielka. W ten sposób tworzy się poprawiony estymator efektów stałych, który jest bardziej efektywny niż estymatory Andersona i Hsiao [1981], Arellano i Bonda [1995] i Blundella i Bonda [1998] przy małym  $T$  i  $N$ . Bruno [2005] przedstawia zmodyfikowaną wersję tego estymatora dla paneli niezbilansowanych, co jest ważne w przypadku modeli wzrostu, gdy dla różnych krajów długość szeregów czasowych jest różna. Autor ten usuwa zatem jedną z głównych przyczyn ograniczonego zastosowania tego estymatora, co powoduje jego rosnącą popularność w zastosowaniach empirycznych. Niemniej jednak wadą tej metodologii jest założenie ścisłej egzogeniczności zmiennych objaśniających i niemożność uwzględnienia przeciwnej przyczynowości i błędu pomiaru, co podważa zastosowanie tego estymatora w dynamicznych modelach wzrostu w innych zastosowaniach niż niewielkie (regionalne) próby krajów.

Kolejnym problemem, poruszonym w literaturze ekonometrycznej dotyczącej szacowania wzrostu, jest heterogeniczność krajów. Dotąd zakładano, że dla wszystkich krajów oszacowane współczynniki są jednakowe a zatem dla każdego  $j$  oraz  $i$   $\beta_{ij} = \beta_j$ . Jednakże, jak zauważa Pesaran et al. [1999] nie musi być to zgodne z rzeczywistością zwłaszcza w krótkim okresie, co powoduje, że do tej pory opisywane estymatory mogą nie być zgodne i prowadzić do obciążonych współczynników długookresowych. Zaproponowany przez autorów estymator Pooled Mean Group (PMG) w zastosowaniu do szacowania wzrostu gospodarczego można opisać następującym równaniem:

$$\Delta y_{i,t} = \sum_{z=1}^{p-1} \gamma_i \Delta y_{i,t-z} + \sum_{z=0}^q \tau_i \Delta x_{i,t-z} + \varphi_i \left( y_{i,t-1} - \alpha_i - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{i,j,t-1} \right) + \varepsilon_{i,t}. \quad (24)$$

Równanie to pozwala osobno oszacować krótkookresową dynamikę zmiennej objaśnianej (współczynniki  $\gamma$  i  $\varphi$ ) oraz dynamikę długookresową (współczynniki  $\beta$ ), dzięki zawarciu w próbie przekrojowo czasowej mechanizmu korekty błędem, różnej dla różnych krajów. Co więcej, dzięki temu założeniu współczynniki dynamiki PKB mogą różnić się w poszczególnych krajach. W dłuższym jednak okresie odpowiednie współczynniki będą dążyć do średniej w przekroju krajów. Dzięki temu estymator PMG jest odpowiedni, gdy dane mają złożoną, charakterystyczną dla danego kraju krótkoterminową dynamikę, która nie może być uchwycona przez opóźnienia o takiej samej strukturze dla wszystkich krajów, zwłaszcza gdy nachylenie zależności jest heterogeniczne pomiędzy krajami. Przy szacowaniu równań wzrostu gospodarczego wydaje się to rozsądnym założeniem. Omawiany estymator może faktycznie, w niektórych przypadkach, uchwycić prawdziwą naturę danych. Co więcej istnieje możliwość zbadania prawidłowości tej postaci modelu testem Hausmana, umożliwiając wybór względem pozostałych estymatorów.

Z uwagi na powyższe zastrzeżenia dotyczące innych metod oraz stosunkowo dobre wyniki estymatora w skończonych próbach, można wskazać, że preferowaną metodą szacowania dynamicznych modeli wzrostu na danych przekrojowo-czasowych wszystkich krajów świata powinna być Uogólniona Metoda Momentów [Blundella, Bonda, 1998] przeprowadzona jednocześnie na poziomach i na pierwszych różnicach, z korektą błędu w małych próbach. Ponadto konieczne jest włączenie zmiennych zerojedynkowych odpowiadających kolejnym okresom czasu. Niemniej jednak w nieco innych zastosowaniach, czyli analizach regionalnych prób krajów właściwsze mogą być oszacowania prowadzone przy pomocy estymatora Kiviet, zaś w zastosowaniach mających na cel rozróżnienie wpływu krótko i długookresowego badanych zmiennych wskazany jest estymator PMG.

**Tablica 2**  
**Porównanie omawianych estymatorów**

Model	Przekształcenie danych	Zmienne objaśniające	Zgodność
FE	Wewnątrzobiektywne	$y_{i,t-1}, x_{i,t}$	nie
FEDW	Wewnątrzobiektywne	$y_{i,t-1}, x_{i,t}$	tak
AH	$\Delta$	$\Delta y_{i,t-1}, \Delta x_{i,t}$	tak
AB	$\Delta$	$\Delta y_{i,t-1}, \Delta x_{i,t}$	tak
BB	$\Delta$	$\Delta y_{i,t-1}, \Delta x_{i,t}, y_{i,t-1}, x_{i,t}$	tak
Kiviet	$\Delta$	$\Delta y_{i,t-1}, \Delta x_{i,t}, y_{i,t-1}, x_{i,t}$	tak
PMG	$\Delta$	$\Delta y_{i,t-1}, \Delta x_{i,t}, y_{i,t-1}, x_{i,t}, ECM$	tak

Uwagi: ECM – mechanizm korekcji błędem.

Źródło: własne

Jednocześnie można zauważyć, że mimo relatywnie dużej ilości prac poświęconych zagadnieniu, wiele z centralnych kwestii będących przedmiotem zainteresowania badaczy wzrostu gospodarczego nadal pozostaje nierozwiązanych.

Oprócz opisanych w pracy zagadnień podejścia ekonometrycznego największym problemem badań empirycznych wzrostu jest niepewność parametrów modelu, zestawu zmiennych objaśniających. W literaturze teoretycznej opisującej wzrost gospodarczy określono bowiem dużą liczbę zmiennych, które są uważane za częściowo skorelowane ze wzrostem gospodarczym. Jednak kwestia odporności tych korelacji na dodawanie innych zmiennych kontrolnych pozostała nierozwiązana. To właśnie z tego powodu różni badacze stosujący różne kombinacje zmiennych objaśniających, uzyskują często sprzeczne wyniki.

### Badanie empiryczne

W tej części artykułu opisano badanie empiryczne, którego przedmiotem był model wzrostu w najprostszej neoklasycznej formie Solowa. Próba użyta w badaniu obejmuje lata 1950-2007. Dane zostały podzielone na 12 pięcioletnich okresów i uśrednione dla każdego z krajów w tych okresach. Próba obejmuje 189 krajów. Źródłem użytych danych jest Penn World Table w wersji 6.3, który to zbiór danych jest uznawany za najbardziej wiarygodne porównanie Rachunków Narodowych wszystkich krajów świata. Zbiór ten zawiera dane przeliczone według parytetu siły nabywczej, a następnie konwertowane na ceny międzynarodowe<sup>7</sup>.

**Tablica 3**  
Opis zmiennych w modelu

Zmienna	Opis
Wzrost	Pierwsza różnica uśrednionych w okresach 5 letnich logarytmów PKB <i>per capita</i>
L.PKB	Pierwsze opóźnienie średniej 5-letniej logarytmu PKB <i>per capita</i>
$s$	Inwestycje jako procent PKB
$(n + g + \delta)$	Stopa wzrostu liczby ludności, postęp techniczny i stopa deprecjacji

Źródło: własne

W tablicy 4 przedstawiono wyniki oszacowania neoklasycznego modelu wzrostu przy użyciu opisywanych w poprzedniej części artykułu estymatorów na zmiennych opisanych w tablicy 3. W badaniu szacowano wpływ opóźnionej zmiennej zależnej, stopy inwestycji, wzrostu populacji, amortyzacji i stopy postępu technologicznego. Ogólną postać równań poszczególnych modeli, odpowiadających poszczególnym metodom estymacji wyprowadzono z modelu teoretycznego, przedstawiono i przedyskutowano już w poprzedniej części artykułu. Jest to przyjęty w literaturze zestaw zmiennych odpowiadających modelowi neoklasycznemu, będący punktem wyjścia do dalszych estymacji.

<sup>7</sup> Autor udostępnia ten zbiór danych na stronie <http://wne.uw.edu.pl/lgoczek>

**Tablica 4**  
Wyniki uzyskane z użyciem opisanych estymatorów

	MNK 1	FE 2	FEPW 3	AH 4	AB 5	BB 6	KIV 7	PMG 8
L.PKB	-0.00777 (-1.42)	-0.131*** (-10.30)	-0.288*** (-16.17)	-0.151*** (-8.99)	-0.334*** (-13.63)	-0.238** (-3.37)	-0.193*** (-10.30)	-0.131*** (-10.22)
( $n + g + \delta$ )	-1.347 (-1.76)	0.692 (1.45)	-0.178 -0.35	0.797 (1.46)	-1.480 (-1.93)	-2.537** (-1.97)	-0.688 (1.45)	1.456 (0.34)
S	0.00327*** (6.45)	0.00463*** (7.57)	0.00481*** (6.30)	0.00532*** (7.52)	0.00585*** (6.46)	0.00832*** (5.20)	0.00442*** (7.57)	0.0351*** (5.96)
Stala	0.245* (2.28)	1.105*** (9.12)	2.565*** (23.56)		2.940*** (13.70)	2.318*** (3.60)		1.148*** (9.24)
Krótki okres ECM								-0.131*** (-10.22)
D. ( $n + g + \delta$ )								0.819 (1.71)
D. s								0.000132 (0.17)
RESET(p)	0.000							
Hausman(p)		0.0000	0.0000				0.0000	1.0000
Woolridge(p)		0.0000					0.0000	
Green(p)		0.0000						
Baltagi-Wu			1.750					
Craig-Donald(p)				0.0000				
Sargan (p)				0.0000	0.0000	0.1273		
AB (AR2)					0.6519	0.2897		
Hansen J						0.9231		
N	1590	1590	1590	1590	696	860	1402	1590

Uwagi: W nawiasach podano odpowiednie statystyki  $t$  lub  $z$ , \*\*\* oznacza istotność na poziomie 1%, \*\* oznacza istotność na poziomie 5%, \* na poziomie 10%.

Źródło: obliczenia własne



W pierwszej kolumnie tablicy 4 przedstawiono wyniki uzyskane przy użyciu niezgodnego estymatora MNK, przy czym błędy zostały oszacowane przy pomocy macierzy odpornych na grupowanie błędów w ramach krajów. W kolejnej kolumnie pokazano wyniki uzyskane przy użyciu obciążonego autokorelacją, heteroskedastycznością i obciążeniem Nickella estymatora efektów stałych. Błędy standardowe zostały przedstawione w odniesieniu do efektów stałych przy użyciu odpornego na autokorelację i heteroskedastyczność oszacowania macierzy kowariancji. W kolumnie trzeciej przedstawiono oszacowanie przy pomocy generalizowanej metody najmniejszych kwadratów w modelu efektów stałych z zaburzeniem AR(1) – korektą Prais-Winstena [Baltagi, 2001]. W czwartej kolumnie przedstawiono wyniki uzyskane przy pomocy estymatora IV Andersona i Hsiao [1982]. Dalsze kolumny zawierają wyniki estymatora Arellano i Bonda [1991], czyli UMM na różnicach oraz estymatora Blundella i Bonda [1998] czyli UMM na różnicach i poziomach. W pierwszym przypadku był to estymator jednostopniowy, w drugim dwustopniowy. W przypadku ostatniego modelu błędy zostały oszacowane przy pomocy korekty Windmeijera [2005] w celu przeciwdziałania problemowi małej próby. Kolumna siódma zawiera wyniki uzyskane przy pomocy estymatora Kivietta [1995] a ostatnia kolumna uzyskane przy pomocy estymatora PMG.

Wszystkie oszacowane modele zostały poddane testom, odpowiednim dla poszczególnych estymatorów, co zostało w szczególności opisane poniżej. Wspólny dla wszystkich modeli test na łączną nieistotność wszystkich zmiennych w modelu odrzucał hipotezę zerową na 1% poziomie istotności we wszystkich przypadkach. Również test Walda, na istotność wszystkich zmiennych zero-jedynkowych dotyczących czasu, wskazał na odrzucenie hipotezy zerowej. Sugeruje to, że konieczne jest użycie tych zmiennych w modelu z uwagi na efekty związane z cyklem koniunkturalnym.

Wartości współczynników uzyskanych przy pomocy różnych opisanych w przeglądzie metod różnią się znacznie między sobą. Wskazuje to na obecność obciążeń omówionych wcześniej. W szczególności, oszacowania MNK przedstawione w pierwszej kolumnie są obciążone i niezgodne. Jak już wspomniano, ma to miejsce, ponieważ zmienna objaśniająca jest z definicji dodatnio skorelowana z wyrażeniem błędu ze względu na nieobserwowalny stały efekt dla każdego kraju. Istotnie test RESET wskazał na niepoprawną postać modelu oszacowanego przy pomocy MNK. Bond et al. [2010] i Bond i Windmeijer [2002] argumentują, że estymator MNK współczynnika autoregresji obciążonego dodatnio pominiętą zmienną można przyjąć za górną granicę dla właściwych szacunków. Naturalnym, spotykanym w literaturze przedmiotu, rozwiązaniem tego problemu jest estymator efektów stałych. Jednak ten estymator jest również obciążony i niezgodny. Z powodu transformacji modelu do pierwszych różnic powstaje znaczna korelacja między przekształconą opóźnioną zmienną zależną i przekształconym wyrażeniem błędu. Obciążenie to ma charakter ujemny. Jak wspomniano w Bond et al. [2010] i Bond i Windmeijer [2002], oszacowania przy pomocy estymatora efektów stałych można przyjąć za dolną granicę dla poszukiwanego lepszego estymatora. Ze względu na przeciwstawne znaki

obciążeń obu tych estymatorów, można oczekiwać od lepszych estymatorów, to znaczy estymatorów przybliżających oszacowaniem prawdziwe parametry, oszacowanych wartości współczynników z przedziału pomiędzy oszacowaniami MNK i FE, a przynajmniej nieznacznie wyższych wartości od współczynników oszacowanych pierwszą metodą lub nieznacznie niższych od oszacowanych drugą metodą.

Uzyskane w badaniu empirycznym wyniki różnych estymatorów są jakościowo podobne do innych przykładów w literaturze przedstawionej w Casselli et. al. [2005], choć należy zwrócić uwagę, że różni się zakres definicyjny niektórych zmiennych, zakres czasowy, oraz zakres krajów.<sup>8</sup> W kontekście prowadzonej dyskusji należy wskazać, że nie wszystkie uzyskane oszacowania leżą w omawianym przedziale. Z jednej strony zgodnie z oczekiwaniami estymacja punktowa MNK (-0,0077) zmiennej autoregresyjnej znajduje się powyżej odpowiedniej wartości oszacowanej przy pomocy efektów stałych (-0,131), z drugiej strony wyniki uzyskane kolejnymi opisywanymi metodami były niższe, niż ten szacunek. Prawdopodobną przyczyną jest autokorelacja pierwszego rzędu, która znacznie wpłynęła na wyniki dotyczące tego współczynnika w przypadku modelu FE. Istotnie test autokorelacji Woolridge'a wskazał na ten problem na poziomie istotności 1%. W celu uniknięcia wpływu autokorelacji oszacowano model z efektami stałymi ponownie przy pomocy uogólnionej metody najmniejszych kwadratów w modelu efektów stałych z korektą Prais-Winstena na zaburzenie AR(1) [Baltagi, 2001]. Tym razem wyniki okazały się zgodne z oczekiwaniem, a statystyka testowa Baltagi Wu-LBI nie wskazała na problem autokorelacji w modelu z korektą (FEPW).

Model ten jednak nie rozwiązuje problemu obciążenia Nickella, dlatego oszacowano kolejne modele przy pomocy estymatora PMG oraz Kivietta, metody zmiennych instrumentalnych w wersji AH, oraz UMM AB i BB. Test Hausmana wykonany na modelu PMG wskazał, że model ten nie jest preferowany w stosunku do modelu z efektami stałymi FE. Testu tego nie przeszedł również model Kivietta ani nieprzedstawiony w tablicy 4 model z efektami losowymi (przedstawiono jedynie *p-value* testu Hausmana w kolumnie opisującej wyniki estymatora FE). Z kolei wcześniej stwierdzona obecność autokorelacji w modelu FE powoduje, że estymator efektów stałych nie jest efektywny, co każe odrzucić wszystkie te metody. Wyniki uzyskane przy pomocy estymatora Kivietta odbiegają od pozostałych estymatorów. Pozwala to przypuszczać, że zakładana egzogeniczność zmiennych objaśniających przy szacowaniu przy użyciu tego estymatora nie ma miejsca w przypadku szacowanego modelu wzrostu.

Test Sargana w przypadku estymatora zmiennych instrumentalnych AH wskazał na nieprawdziwość warunków preidentyfikujących, chociaż użyte instrumenty na podstawie statystyki F Craigg-Donalda nie wykazywały wad-

<sup>8</sup> W innym kontekście ekonometrycznym, stosując podejście bayesowskie Doppelhofer et al. [2004] pokazują, że prawdopodobieństwo posteriori hipotezy, że początkowy dochód jest częścią modelu wzrostu jest dokładnie równe jeden, z estymacją punktową konwergencji w tempie 1,3% rocznie.

liwości. Jednak stwierdzona obecność niepoprawności instrumentów powoduje, że model ten nie jest preferowany w stosunku do metod UMM i jest to estymator nieefektywny, gdyż nie wykorzystuje on wszystkich dostępnych informacji, a rozszerzenie zakresu instrumentów podnosi efektywność estymatora w przypadku modelu AB. Model UMM na różnicach i poziomach został przetestowany przy pomocy testów Arellano i Bonda na obecność autokorelacji drugiego rzędu oraz Sargana sprawdzającego poprawność instrumentów. Nie stwierdzono autokorelacji drugiego rzędu. Niemniej jednak podobne obciążenie w dół, jak w przypadku modelu FE, można zaobserwować w przypadku wyników uzyskanych przy pomocy estymatora AB. Caselli et al. [1996] interpretuje ten wynik w ten sposób, że wysokie tempo konwergencji sugerowane przez wyniki estymatora AB sprzyjają neoklasycznym modelom wzrostu dla gospodarki otwartej. W przeciwieństwie do tych autorów Bond et al. [2010] interpretują takie wyniki jako sugestię, że oszacowanie współczynnika przy opóźnionym poziomie PKB estymatorem AB może być poważnie obciążone, co może wynikać z właściwości tego estymatora w obecności słabych instrumentów. Statystyki testu Sargana potwierdzają to przypuszczenie.

W przypadku modelu BB szacowanego UMM na różnicach i poziomach brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o braku autokorelacji drugiego rzędu. Test Sargana nie wskazał na nieprawdziwość warunków przedidentyfikujących w tym modelu. Co więcej różnicowy test J-Hansena wskazał na brak podstaw do odrzucenia hipotezy o poprawności dodatkowych warunków dotyczących momentów narzucanych przez estymator BB w stosunku do estymatora AB. Ze względu na zastosowanie relatywnie niewielkiej liczby zmiennych instrumentalnych, które mogą zwiększyć obciążenie skończonej próby, w tym zastosowaniu model ten nie łamie zasady, że liczba grup powinna być większa niż liczba instrumentalnych zmiennych. W takim hipotetycznym przypadku testy poprawności instrumentów ulegają osłabieniu i nie można na ich podstawie wnioskować na temat poprawności instrumentów. Wówczas zapewne lepszym wyborem jest estymator Kivieta [1995].

Wynik uzyskany w przypadku modelu BB (-0,288) oznacza stosunkowo powolną konwergencję i wraz z istotnością, co wraz z omówionym dalej pozytywnym znakiem stopy inwestycji sprzyja endogenicznym wersjom teoretycznych modeli wzrostu. Tym bardziej, że jak wskazują Durlauf et al. [2005] prawdopodobnie kraje o niskich dochodach znajdują się poniżej ścieżki stanu ustalonego, natomiast kraje o wyższych dochodach są powyżej, co powoduje, że z teoretycznego punktu widzenia empiryczne badania wzrostu w dużym stopniu zawyżają prawdziwe tempo konwergencji. Niestety nie da się tego stwierdzić w tak krótkim okresie, jakiego dotyczą dane dotyczące PKB.

Na koniec omówiono wyniki dotyczące pozostałych zmiennych z modelu neoklasycznego. Podobnie jak w Bond et al. [2010] wyniki wskazują, że wzrost udziału inwestycji w PKB powoduje wyższą stopę wzrostu, niemniej jednak brak możliwości weryfikacji założeń, co do kapitału początkowego powoduje, że nie sposób wypowiedzieć się o wpływie inwestycji na tempo wzrostu produkcji na pracownika w stanie stacjonarnym. Warto przy tym zwrócić uwagę, że choć

zmienna inwestycje jest statystycznie istotna, to wielkość oszacowanego współczynnika sugeruje, że wzrost inwestycji ma ekonomicznie niewielki wpływ na stopę wzrostu. W przypadku tej zmiennej wpływ wyboru metody oszacowania na jego istotność i wielkość okazał się nieznaczny, zatem oszacowany współczynnik był odporny. Zwiększa to wiarygodność omawianych wyników. Z kolei zmienne dotyczące wzrostu siły roboczej, postępu technicznego i amortyzacji mają zgodny z założeniami modelu ujemny znak i są istotne statystycznie jedynie przy najlepszej (wykazanej omówionymi testami) metodzie oszacowania estymatorem BB.

### **Wnioski i kierunki dalszych badań**

Badanie empiryczne przeprowadzone na próbie wszystkich krajów świata potwierdziło wskazywane w literaturze ekonometrycznej problemy z szacowaniem dynamicznych prób przekrojowo-czasowych. Uzyskane w badaniu empirycznym wyniki różnych estymatorów są jakościowo podobne do innych przykładów w literaturze przedstawionej krytycznie w Casselli [1996] oraz Casselli et. al. [2005] i korespondują z wynikami Durlauf et. al. [2008] na temat odporności testowanych w literaturze empirycznej licznych teorii wzrostu. Podstawowym wynikiem jest istnienie konwergencji warunkowej potwierdzonej przy pomocy wszystkich użytych metod, przy czym zestaw warunków stanu ustalonego może być mniejszy niż dotąd zakładano i może sprowadzać się do zmiennych przedstawionych przy pomocy modelu neoklasycznego [Edwards, 2008]. Wskazuje to na zasadność modelowania konwergencji prostszymi metodami pod względem doboru liczby zmiennych, lecz bardziej zaawansowanymi metodami ekonometrycznymi. Innym wnioskiem w tym samym duchu jest poprawność metodologii polegającej na kontrolowaniu wyniku względem prostszego modelu w bardziej rozszerzonych pod względem liczby szacowanych zmiennych badaniach wzrostu, o ile zostaną użyte bardziej zaawansowane metody szacowania tych modeli, pozwalające na bogatsze uwzględnienie dynamiki testowanego modelu.

W badaniu ekonometrycznym wykazano, że preferowaną metodą szacowania dynamicznych modeli wzrostu na danych przekrojowo-czasowych jest Uogólniona Metoda Momentów (estymator Blundella i Bonda, 1998) zastosowana jednocześnie na poziomach i na pierwszych różnicach z korektą błędów w małych próbach. W omówionym w artykule badaniu empirycznym metoda ta przeszła wskazywane w literaturze przedmiotu testy, które wykazały dobre dopasowanie modelu do danych. Co najważniejsze z praktycznego punktu widzenia wyniki te w pełni potwierdziły przewidywania testowanego teoretycznego modelu neoklasycznego. Niemniej jednak w artykule również wskazano, że w nieco innych zastosowaniach, czyli na przykład analizach mniejszych regionalnych prób krajów, właściwsze mogą być estymacje prowadzone przy pomocy modelu Kivieta. W zastosowaniach mających na celu rozróżnienie wpływu krótko i długookresowego badanych zmiennych wskazany z kolei może być estymator PMG, pomimo że nie jest to estymator efektywny. Dzięki temu

estymatorowi wspomniana już bogata dynamika wzrostu gospodarczego może być w sposób bezpośredni poddana modelowaniu.

Podsumowując wnioski z przeglądu i przeprowadzonego badania koniecznym jest podkreślenie nadal występujących słabości modeli empirycznych wzrostu. Przyszłe kierunki badań empirycznych nad wzrostem powinny uwzględniać te problemy. Po pierwsze, korzystanie ze zmiennych w pierwszych różnicach utrudnia interpretację wyników regresji a różne strategie instrumentalizacji zmiennych endogenicznych w różnych badaniach mają charakter arbitralny i trudno porównywalny ze sobą. Po drugie, budowa szeregów czasowych przy pomocy średnich pięcioletnich lub dłuższych również ma charakter arbitralny i na tym etapie badań ekonometrycznych nie jest jasne czy pozwala uchwycić prawdziwie długookresową dynamikę na tak krótkich szeregach czasowych. W związku z czym nasuwa się pytanie czy teoretyczne założenia metod ekonometrycznych (nieweryfikowalne w danych założenia dotyczące początku procesu generowania danych) są spełnione. Po trzecie, duża niepewność parametrów modelu związana z wielością teorii wzrostu utrudnia uzyskanie wymiaru praktycznego badań nad wzrostem. Po czwarte, nieznana góry postać ewentualnych nieliniowości i interakcji pomiędzy zmiennymi, najczęściej badana przy pomocy testowania nieliniowości założonych *a priori* lub słabych metod nieparametrycznych (do których poprawnego użycia danych jest nadal za mało), znacząco osłabia ważność wniosków wyprowadzonych z modeli zakładających takie nieliniowości. Dopóki wymienione problemy nadal będą towarzyszyć modelom wzrostu, dopóty duża ilość badań empirycznych poświęcona testowaniu ich predykcji nie będzie się przekładać na wiarygodne wnioski dla praktyki prowadzenia polityki gospodarczej.

## Bibliografia

- Anderson T., Hsiao C., [1981], *Estimation of dynamic models with error components*, „Journal of the American Statistical Association”, 1981, 589-606.
- Arellano M., [1987], *Computing robust standard errors for within-groups estimators*, „Oxford Bulletin of Economics and Statistics”, Vol. 49, No. 4, pp. 431-434.
- Arellano M., Bond S., [1991], *Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations*, „Review of Economic Studies”, 58, 277-297.
- Baltagi B.H., [2001], *Econometric Analysis of Panel Data*, 2d ed., New York, John Wiley & Sons.
- Baltagi B.H., Wu P. X., [1999], *Unequally spaced panel data regressions with AR(1) disturbances*, „Econometric Theory” 15: 814-823.
- Barro R., [1991], *Economic Growth in a Cross Section of Countries*, NBER Working Papers 3120, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Blundell R., Bond S., [1998], *Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models*, „Journal of Econometrics” 87, 115-43.
- Blundell R., Bond S., [2000], *GMM estimation with persistent panel data: an application to production functions*, „Econometric Reviews”, 19(3), 321-340.
- Bond S., Bowsher C., Windmeijer F., [2001, December], *Criterion – based inference for GMM in autoregressive panel data models*, „Economics Letters”, Elsevier, Vol. 73(3), 379-388.

- Bond S., Windmeijer E., [2002], *Finite sample inference for GMM estimators in linear panel data models*, Cemmap Working Paper 04/02, Centre for Microdata Methods and Practice, Institute for Fiscal Studies, London.
- Bond S., Leblebicioglu A., Schiantarelli F., [2010, November], *Capital accumulation and growth: a new look at the empirical evidence*, „Journal of Applied Econometrics”, John Wiley & Sons, Ltd., Vol. 25(7), pages 1073-1099.
- Bosworth B., Collins M., [2003], *The Empirics of Growth: An Update*, Brookings Papers on Economic Activity, Economic Studies Program, The Brookings Institution, Vol. 34 (2), pages 113-206.
- Bruno G., [2005], *Estimation and inference in dynamic unbalanced panel data models with a small number of individuals*, CESPRI WP n. 165, University Bocconi-CESPRI, Milan.
- Caselli F., [2005], *Accounting for Cross-Country Income Differences*, Handbook of Economic Growth, [in:] Philippe Aghion & Steven Durlauf (ed.), Handbook of Economic Growth, edition 1, Vol. 1, chapter 9, pages 679-741 Elsevier.
- Caselli F., Esquivel G., Lefort F., [1996], *Reopening the Convergence Debate: A New Look at Cross-Country Growth Empirics*, „Journal of Economic Growth”, 1, 363-389.
- Ciccone A., Jarocinski M., [2010, October], *Determinants of Economic Growth: Will Data Tell?*, American Economic Journal: Macroeconomics, American Economic Association, Vol. 2(4), pages 222-46.
- Cieślak A., [2011], *Endogenizacja teorii wzrostu gospodarczego*, Zeszyty Naukowe UE Poznań, 176, s. 178-199.
- Davidson R., Mackinnon J.G., [2004], *Econometric theory and Methods*, Oxford University Press, New York.
- Doppelhofer G., Miller R., Sala-i-Martin X., [2004], *Determinants of Long Term Growth: A Bayesian Averaging of Classical (BACE) Estimates*, „American Economic Review”, 94, 813-835.
- Durlauf S., Johnson P., Temple J., [2005], *Growth Econometrics*, Handbook of Economic Growth, [w:] P. Aghion, S. Durlauf (red.), Handbook of Economic Growth, edition 1, volume 1, chapter 8, pages 555-677 Elsevier.
- Durlauf S., Kourtellos A., Tan C., [2008], *Are Any Growth Theories Robust?*, „Economic Journal”, Royal Economic Society, Vol. 118(527), pages 329-346, 03.
- Edwards J., [2008, March], *The Great Growth Debate: A Statistical Look at Mankiw, Romer, and Weil, versus Islam*, Atlantic Economic Journal, International Atlantic Economic Society, Vol. 33(1), pages 71-92.
- Goczek Ł., [2010a], *Dług, wzrost gospodarczy i kryzys finansowy*, Prace i materiały Instytutu Handlu Zagranicznego Uniwersytetu Gdańskiego, 28/1, 285-300.
- Goczek Ł., [2010b], *Problemy metod ilościowych w naukach ekonomicznych i społecznych*, [w:] Z. Zieliński (red.), *Rola informatyki w naukach ekonomicznych i społecznych*, Kielce.
- Goczek Ł., [2011a], *Czynniki wzrostu w krajach postkomunistycznych*, Studia Ekonomiczne UE w Katowicach 80/2011, Katowice.
- Goczek Ł., [2011b], *Rola infrastruktury we wzroście gospodarczym – badanie empiryczne*, Prace Naukowe UE Poznań, 176, s. 178-199.
- Goczek Ł., [2012], *Niestabilność polityki fiskalnej i rozwój finansowy*, „Ekonomista” 6/2012, w druku.
- Hansen L., [1982], *Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators*, „Econometrica”, 50, issue 4, p. 1029-54.
- Islam N., [1995, November], *Growth Empirics: A Panel Data Approach*, „The Quarterly Journal of Economics”, MIT Press, Vol. 110(4), pages 1127-70.
- Kiviet J.F., [1995], *On Bias, Inconsistency and Efficiency of Various Estimators in Dynamic Panel Data Models*, „Journal of Econometrics” 68, 53-78.
- Mankiw G., Romer D., Weil D., [1992, May], *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, „Quarterly Journal of Economics”, 107, 407-37.

- Nickell S., [1981, November], *Biases in Dynamic Models with Fixed Effects*, „Econometrica, Econometric Society”, Vol. 49(6), 1417-26.
- Pesaran M., [2004], *General diagnostic tests for cross section dependence in panels*, Cambridge Working Papers in Economics, 0435, University of Cambridge.
- Pesaran M.H., Shin Y., Smith R., [1999], *Pooled mean group estimator of dynamic heterogeneous panels*, „Journal of the American Statistical Association”, Vol. 94, 621-634.
- Rodríguez F., [2007], *Cleaning Up the Kitchen Sink: Growth Empirics When the World Is Not Simple*, Wesleyan Economics Working Papers 2006-004, Wesleyan University, Department of Economics, revised 17 May 2007.
- Roodman D., [2006], *How to Do xtabond2: An Introduction to „Difference” and „System” GMM in Stata*, Working Paper 103, Center for Global Development, Washington.
- Staiger D., Stock J.H., [1997, May], *Instrumental Variables Regression with Weak Instruments*, „Econometrica”, Econometric Society, Vol. 65(3), 557-586.
- Temple J., [2000], *Growth regressions and What the Textbooks don't Tell You*, „Bulletin of Economic Research”, 52, 181-205.
- Windmeijer F., [2005], *A Finite Sample Correction for the Variance of Linear Efficient Two-Step GMM Estimators*, „Journal of Econometrics”, 126, 25-51.
- Wooldridge J., [2002], *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, Cambridge, MA: MIT Press.

---

## ECONOMETRIC METHODS IN ECONOMIC GROWTH MODELS

### Summary

The article aims to review and assess different econometric methods used in the estimation of empirical models of economic growth. Such models play an important role in the economy because they yield conclusions for policymakers, the author says. His research showed that the preferred method for the estimation of dynamic models of growth based on cross-temporal data is the Generalized Method of Moments applied simultaneously on the levels and first differences with error correction used in small samples. However, in some cases, more accurate estimates could be obtained by using either the Kiviet or Pooled Mean Group (PMG) estimator instead of the Generalized Method of Moments, the author concludes.

**Keywords:** economic growth, empirical models, econometric methods, convergence

**JEL classification codes:** O40, O47, C23, C52

---