

# GOSPODARKA NARODOWA

1  
(269)  
Rok LXXXIV/XXV  
styczeń–luty  
2014  
s. 141–160

---

Antoni CHRZONSTOWSKI\*

## Wpływ systemów emerytalnych na efekt Laffera w krajach OECD

---

**Streszczenie:** Celem artykułu było wyznaczenie maksimum krzywej Laffera w gospodarkach poszczególnych krajów OECD posiadających instytucjonalne systemy emerytalne. Do realizacji tego zadania został wykorzystany model matematyczny opracowany wcześniej przez autora. Model przewiduje teoretycznie możliwość wystąpienia efektu związanego z krzywą Laffera w gospodarce z instytucjonalnym systemem emerytalnym. Podstawowa formuła modelu łączy produkt gospodarki tworzący wynagrodzenie czynników wytwórczych (kapitału i pracy) ze zmienną, którą jest stosunek liczby emerytów do liczby pracujących. Metodyka badania uwzględniała trzy etapy analizy z wykorzystaniem dostępnych danych statystycznych krajów OECD oraz bazy danych Banku Światowego. Pierwszy i drugi etap badania nie wypadł pomyślnie dla wszystkich krajów OECD. Kryteria modelu dla okresu 2001–2010 spełniło tylko 16 gospodarek na 34 zbadanych. Jednakże obliczenia przeprowadzone w oparciu o dane statystyczne potwierdzają przewidywania modelu. Gospodarka każdego kraju OECD może znajdować się w maksimum krzywej Laffera. To maksimum może być związane ze stosunkiem liczby emerytów do liczby pracujących z zakresu od 0 do 1. Może być ono umiejscowione bliżej 0 lub bliżej 1. Zależy to od elastyczności produktu względem kapitału w gospodarce. Przeprowadzone obliczenia nie rozstrzygają jednak, jaka jest rzeczywista w danej gospodarce elastyczność produktu względem kapitału.

**Słowa kluczowe:** system emerytalny, repartycyjny system emerytalny, kapitałowy system emerytalny, krzywa Laffera, kraje OECD

**Kody JEL:** C52, E65, H55, J19, O17

---

Artykuł nadesłany 14 października 2013 r., zaakceptowany 11 grudnia 2013 r.

---

\* Uczestnik seminarium doktoranckiego w Katedrze Międzynarodowych Stosunków Gospodarczych Katolickiego Uniwersytetu Lubelskiego im. Jana Pawła II. Autor posiada bogate doświadczenie w sprzedaży programów emerytalnych i doradztwie finansowym przedsiębiorstw. Adres e-mail: tonich@op.pl.

## Wprowadzenie

Artykuł poświęcony jest zagadnieniu wykorzystania głównej formuły modelu pokazującego teoretycznie możliwość wystąpienia efektu Laffera w gospodarce zawierającej zinstytucjonalizowany systemem ubezpieczeń emerytalnych<sup>1</sup>. Wspomniany model został opracowany przez autora artykułu i był omówiony we wcześniejszej publikacji [Chrzostowski 2013]. Jednakże praktyczna przydatność matematycznego modelowania na gruncie ekonomii wymaga podjęcia prób potwierdzenia teoretycznych opracowań w oparciu o dostępne dane statystyczne. Teoria wzrostu i rozwoju gospodarczego, do której wspomniany wyżej model nawiązuje<sup>2</sup>, zawiera bogaty zestaw różnego rodzaju analiz matematycznych, zajmujących się długookresowym wzrostem gospodarczym. Teoria ta obrosła w swym głównym nurcie bogatą literaturą poświęconą empirycznej weryfikacji występującego na jej gruncie ekonometrycznego modelowania<sup>3</sup>. Paradygmat nowożytnej nauki, w który wpisuje się współczesna ekonomia, wymaga, by rozważania teoretyczne, zwłaszcza posługujące się językiem matematyki, podobnie jak w przyrodoznawstwie, znajdowały potwierdzenie w dostępnym materiale empirycznym. W przypadku badań nad gospodarką materiałem takim są dane statystyczne gromadzone w różnym zakresie przez poszczególne kraje świata oraz wyspecjalizowane agendy wielu specyficznych organizacji międzynarodowych, do których należy m.in. OECD. W oparciu o dane statystyczne dotyczące krajów OECD została w niniejszym artykule podjęta próba przeprowadzenia obliczeń i oceny przydatności głównego równania opracowanego wcześniej nadmienionego wyżej modelu. Za wyborem krajów należących do wskazanej organizacji przemawiał fakt, że posiadają one gospodarki zawierające zinstytucjonalizowane systemy emerytalne.

---

<sup>1</sup> Możliwość występowanie tego efektu w makroskali w połączeniu z rozwiązaniami instytucjonalnymi w obrębie ekonomii emerytalnej wskazał Marek Góra w swym artykule [2003a, s. 485] oraz w opublikowanej książce [Góra, 2003b].

<sup>2</sup> Wykorzystano przy jego opracowaniu zasadnicze założenia neoklasycznych modeli wzrostu, dotyczące krańcowej i średniej produktywności kapitału, funkcję produkcji Cobba-Douglasa oraz występujący w modelu Diamonda podział ludzkiego życia na dwa okresy: pierwszy, związany z aktywnością zawodową i gromadzeniem kapitałów i drugi – rentierski, związany z przeznaczaniem zgromadzonych kapitałów i odsetek na finansowanie konsumpcji [Chrzostowski 2013].

<sup>3</sup> Do szerzej znanych w tym zakresie należą publikacje takich autorów, jak np.: Lukas Jr., [1988]; Barro, [1991]; Mankiw, Romer, Weil, [1992]; Quah, [1995]; Nonneman, Vanhoudt, [1996]; Whiteley, [2000]. Na gruncie polskim np. Mariusz Próchniak [2006] zebrał i ocenił wyniki prowadzonych od dwudziestu lat badań empirycznych pod kątem wskazania czynników wzrostu gospodarczego. Welfe [2000] omówił i podkreślił tendencję rozwojową w stosowanych modelach empirycznych. Weryfikację i potwierdzenie neoklasycznych modeli wzrostu na próbie krajów OECD przeprowadzili Liberda i Tokarski [2004]. Ponadto, na gruncie polskim rozwinięto analizy teoretyczne prowadzone w oparciu o uogólniony (*N*-kapitałowy) neoklasyczny model wzrostu [Tokarski 2007; Dykas, Sulima i Tokarski 2008].

### Wybrane równanie modelu

Zasadnicze równanie, wykorzystywane w niniejszym opracowaniu, wiąże produkt, stanowiący wynagrodzenie czynników wytwórczych (tj. kapitału i siły roboczej w przeliczeniu na jednostkę efektywnej pracy), z nagromadzonym przez emerytów (rentierów) przeciętnym kapitałem oraz zmienną, która określa proporcję emerytów do osób zatrudnionych w gospodarce (iloraz liczby emerytów i efektywnej pracy) [Chrzonstowski 2013, s. 124]:

$$y_{cw} = k_t^\alpha x^\alpha - \frac{r_{Et}}{P_t} x \quad (1)$$

gdzie:

$y_{cw}$  – produkt stanowiący wynagrodzenie czynników wytwórczych (kapitału i siły roboczej),

$k_t$  – przeciętny kapitał zgromadzony przez jednego emeryta (rentiera) w okresie jego aktywności zawodowej, tj. w okresie  $t - 1$ <sup>4</sup>,

$\alpha$  – współczynnik elastyczności wytwarzanego w okresie  $t$  produktu względem nakładów kapitału i  $0 < \alpha < 1$ .

$r_{Et}$  – przeciętna wartość rocznych wypłat z części repartycyjnej systemu emerytalnego, przypadająca na jednego emeryta (rentiera),

$P_t$  – wskaźnik ogólnego poziomu cen w okresie  $t$ ,

$x$  – zmienna odzwierciedlająca proporcję liczby emerytów w stosunku do osób aktywnych zawodowo (w stosunku do pracy efektywnej) w okresie  $t$ , czyli  $x = N_{Et}/AL_t$ .

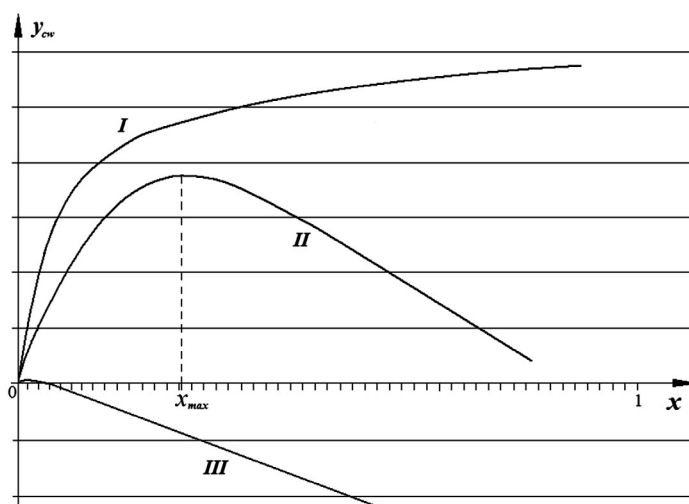
Równanie (1) zależnie od wyboru wartości parametrów  $k_t$ ,  $\alpha$ ,  $r_{Et}$ ,  $P_t$  tworzy trzy zasadnicze grupy krzywych w układzie współrzędnych  $(y_{cw}, x)$ , z których jedna z grup przyjmuje kształt krzywej typu Laffera<sup>5</sup>, gdy  $0 < x < 1$  (rys. 1) z wyraźnie określonym maksimum w punkcie  $x_{max}$ , gdzie

$$x_{max} = \left( \frac{r_{Et}}{\alpha k_t^\alpha P_t} \right)^{1/\alpha-1} \quad \text{lub} \quad x_{max} = \left( \frac{\alpha k_t^\alpha P_t}{r_{Et}} \right)^{1/1-\alpha} \quad (2)$$

<sup>4</sup> W opracowanym modelu rozpatrywanymi okresami życia człowieka były aktualny okres  $t$ , związany z aktywnością zawodową i gromadzeniem kapitału, oraz okres przyszły,  $t + 1$ , związany z pobytem na emeryturze (okres rentierski). Ponieważ równanie (1) weryfikowane jest w oparciu o aktualne dane statystyczne – rozpatrywane okresy ulegają naturalnemu przesunięciu do  $t - 1$  oraz  $t$ .

<sup>5</sup> Arthur B. Laffer, od którego nazwiska przyjęto określać kształt krzywej obrazującej powiązanie wpływów podatkowych do budżetu państwa, ujmowanych zwykle na osi  $y$ , w zależności od zmian krańcowej stopy wszelkich obciążeń związanych z opodatkowaniem (oś  $x$  układu współrzędnych kartezjańskich na płaszczyźnie) – po dwudziestu kilku latach funkcjonowania w teorii ekonomii tej relacji – omówił krytycznie w oparciu o dostępne dane statystyczne znaczenie poznawcze i wyjaśniające krzywej nazywanej jego nazwiskiem [Laffer 2004].

Rysunek 1. Trzy rodzaje krzywych możliwe do wyznaczenia w przedziale (0; 1) na podstawie równania (1)



Źródło: Opracowanie własne.

Dwie skrajne grupy krzywych (typ I i III na rys. 1) możliwe do nakreślenia w oparciu o równanie (1) przy odpowiednich kombinacjach parametrów  $k_t$ ,  $a$ ,  $r_{Et}$ ,  $P_t$ , możemy otrzymać w zależności od przyjętego  $\alpha$  przy pozostałych parametrach niezmiennych. Pierwsza (skrajna) grupa krzywych (typ I na rys. 1) odpowiadałaby potencjalnie sytuacji, kiedy niezależnie od proporcji  $N_{Et}/AL_t = x$  przeciętne emerytury z komponentu repartycyjnego byłyby zawsze utrzymywane na bardzo niskim poziomie (np. nieprzekraczającym 10% średniego wynagrodzenia) oraz kapitał  $K_t$ , pozostający w dyspozycji rentierów jest duży<sup>6</sup>. Druga skrajna grupa krzywych (typ III na rys. 1) odnosi się do teoretycznego przypadku, kiedy niezależnie od proporcji  $N_{Et}/AL_t = x$  przeciętne emerytury z komponentu repartycyjnego byłyby zawsze na bardzo wysokim poziomie (np. przekraczającym stale 90% przeciętnego wynagrodzenia) oraz kapitał  $K_t$ , pozostający w dyspozycji rentierów jest bardzo mały.

Jedną z właściwości otrzymanych funkcji w rozpatrywanym modelu [Chrzostowski 2013, s. 120] było:

$$\frac{r_{Et}}{P_t} = \frac{Y_{Et}}{N_{Et}} \quad (3)$$

<sup>6</sup> Krzywa opisywana równaniem (1) zawsze posiada ekstremum (maksimum), niezależnie czy jest to typ I, II czy III. Jednakże w przypadku krzywej typu I wartość odciętej  $x$  dla maksimum leży, gdy  $x > 1$ , co oznacza, że liczba emerytów przewyższa liczbę pracujących. W przypadku krzywej typu III, wartość odciętej  $x$  dla maksimum leży bardzo blisko 0, co niejako oznacza, że w takiej sytuacji bodziec związany z produktem pozostającym do dyspozycji czynników wytwórczych nie pełni roli wystarczającej, pozytywnej zachęty do angażowania się tych czynników w procesy wytwórcze.

gdzie  $Y_{Et}$  oznacza część bieżącego produktu przeznaczaną na wypłaty emerytur w systemie mieszanym (repartycyjno-kapitałowym) lub w systemie tylko repartycyjnym, lub – jak ma to miejsce w rozpatrywanym przypadku równania (1) – w repartycyjnym komponencie systemu mieszanego. Przy wyprowadzaniu zależności (1) przyjmowane było założenie zaczerpnięte z modelu Diamonda<sup>7</sup>, że cały kapitał zgromadzony w okresie  $t - 1$  należy w okresie  $t$  do pokolenia rentierów (emerytów). Dlatego kapitał produkcyjny  $K_t$ , łączący się z efektywną pracą  $AL_t$  pokolenia młodych, z parametrem  $k_t$ , określającym przeciętny kapitał zgromadzony przez jednego rentiera powiązany jest za pomocą formuły:

$$k_t = \frac{K_t}{N_{Et}} \quad (4)$$

Uwzględniając w równaniu (1) zależności (3) i (4), formułę tego równania, możemy przedstawić w postaci:

$$y_{cw} = \left( \frac{K_t}{N_{Et}} \right)^\alpha \cdot x^\alpha - \frac{Y_{Et}}{N_{Et}} \cdot x \quad (5)$$

Równanie (5) posłużyło do wykorzystania modelu z udziałem danych statystycznych krajów zrzeszonych w OECD. Zmienna  $x$  ( $x = N_{Et}/AL_t$ ) należy generalnie do przedziału liczbowego (0; 1), choć nie ma teoretycznych ograniczeń, by  $x$  był większy od 1 ( $x > 1$ ), czyli przypadek, w którym zachodzi  $N_{Et} > AL_t$ . Rzeczywiste wartości zmiennej  $x$  w poszczególnych latach, wybranych z pewnego historycznego przedziału, zostały wyznaczone w oparciu o dane statystyczne każdego kraju OECD i włączone w badanie zmian wartości funkcji (5).

### Warunek wstępny

W trakcie wyprowadzania zasadniczych równań omawianego modelu, niezbędnych do utworzenia równania (1), zastosowano przybliżony wzór w odniesieniu do dwumianu Newtona w formule algebraicznej zawierającej stopy procentowe, jakie mogą obowiązywać w gospodarce w przyszłym okresie [Chrzonstowski 2013, s. 117]. Wspomniane przybliżenie pozwoliło znacznie uprościć matematyczne obliczenia. Ustalono jednakże wówczas, iż przybliżone formuły matematyczne będą miały sens jedynie w przypadku, gdy w rozpatrywanym przyszłym okresie realne, dodatnie stopy procentowe będą się wahać w przedziale (0%; 3,5%)<sup>8</sup>.

<sup>7</sup> Por. [Romer 2000, s. 93–94].

<sup>8</sup> Wprawdzie w równaniu (1) względnie (5) stosowanego modelu realne stopy procentowe nie występują (dotyczą one jedynie otrzymywanych odsetek z kapitału  $K_t$ ), to jednak wcześniejsze uproszczenia, prowadzące do rozwiązań, które w konsekwencji pozwoliły stworzyć funkcję (1), narzucały przedział od 0% do 3,5% dla realnych stóp procentowych, by błąd zastosowanego przybliżenia na rozwinięcie dwumianu Newtona nie przekroczył 10%.

W niniejszym opracowaniu rozpatrzono lata 2001–2010 jako okres emerytalny dla wszystkich tych osób, które przeszły na emerytury tuż przed rokiem 2001. Zatem pierwszym warunkiem weryfikacji modelu musiało być sprawdzenie, jak kształtowały się stopy procentowe w krajach OECD w dekadzie 2001–2010. Otóż na podstawie danych z bazy Banku Światowego ustalono, że przeciętna realna stopa procentowa w krajach OECD w okresie 2001–2010 wynosiła 2,6%<sup>9</sup>. Wynik ten należy uznać za dobry prognostyk, by w rozpatrywanym przedziale czasowym posługiwać się równaniami modelu.

Pytanie o zasadność stosowania równań modelu mogło jedynie dotyczyć owych ośmiu krajów, w których przeciętna stopa procentowa w latach 2001–2010 przekraczała 3,5%. Nie wykluczono jednakże tych gospodarek z dalszych analiz, bowiem fundusze emerytalne (zwłaszcza w odniesieniu do ubezpieczeń typowo komercyjnych), zarządzane przez różne międzynarodowe korporacje specjalizujące się w ubezpieczeniach emerytalnych, inwestują na rynkach finansowych w wielu krajach. Dywersyfikują one w ten sposób źródła swoich przychodów, przedkładając w odniesieniu do części swych aktywów finansowych stabilność nad potencjalnie większy zysk, który łączyłby się z większym ryzykiem. Zatem w odniesieniu do tych ośmiu krajów z wyższą przeciętną stopą procentową należy jedynie z większą ostrożnością podchodzić do uzyskanych wyników, zdając sobie sprawę z tego, że otrzymane wielkości liczbowe mogą być obciążone większym błędem<sup>10</sup>.

### Sposób estymacji

Prawa strona równania (5) nie ma charakteru liniowego, dlatego estymacja wartości  $y_{cw}$  w oparciu o dostępne dane statystyczne polegała na sprawdzeniu przebiegu funkcji (5) dla kilku przyjmowanych (względnie otrzymanych w drodze obliczeń) na gruncie teorii wzrostu gospodarczego wartości parametru  $\alpha$ . Bazowym przedziałem ustalania wielkości zmiennej  $x$  ( $x = N_E/AL$ ) otrzymanych w każdym roku dla poszczególnych krajów OECD były lata 1991–2012<sup>11</sup>.

<sup>9</sup> Przeciętna, realna stopa procentowa w rozpatrywanych latach była najwyższa w Islandii (9,68%), a najniższa w Turcji (-5,45%). W sumie oprócz Islandii przeciętną realną stopę procentową przewyższającą 3,5% posiadało we wskazanym okresie jeszcze 7 innych krajów (5 w wysokości ok. 4% i 2 w wysokości ok. 5%) spośród 34 zrzeszonych w OECD. Były to: Korea Płd (3,59), Słowenia (4,14), Czechy (4,23), Słowacja (4,24), Węgry (4,37), Polska (5,27), Izrael (5,51). Prócz Izraela i Korei pozostałe pięć krajów to gospodarki przechodzące transformację ustrojową.

<sup>10</sup> Równanie (1) we wcześniejszej publikacji zostało wyprowadzone na podstawie formuł, dla których zastosowano przybliżenie dwumianu Newtona z oszacowanym błędem do 10%. Takie założenie dało przedział (0%; 3,5%) dla realnych stóp procentowych określających produktywność kapitału. Zatem błąd względny związany z wyznaczaniem wartości  $y_{cw}$  z pomocą równań (1) lub (5), przy niespełnieniu wymogu nałożonego na stopy procentowe, może przekroczyć 10%.

<sup>11</sup> Za wyborem takiego okresu przemawia fakt, że w niektórych krajach należących do OECD (Estonia, Czechy, Polska, Węgry, Słowacja i Słowenia) wolnorynkowe relacje gospodarcze biorą swoje początki od roku 1991.

Pierwszą wartość elastyczności  $\alpha$  przyjęto do obliczeń zgodnie z hipotezą Solowa na poziomie 1/3. Amerykański ekonomista, tworząc swój model wzrostu gospodarczego [Solow 1956], założył, że postęp techniczny zwiększa produktywność obydwu czynników (kapitału i pracy) w sposób naturalny, ale ich wagi w tworzeniu produktu: 0,3 (dla kapitału) i 0,7 (dla pracy) Solow przyjmował na podstawie względnych udziałów kapitału i pracy w dochodzie narodowym w latach 50. XX w., wyznaczanym – według metodologii przyjmowanej w statystykach narodowych szacujących PKB – m.in. przez uwzględnienie wszystkich wypłaconych w gospodarce dochodów [Solow 1957].

Druga i trzecia wielkość parametru  $\alpha$ , dając w efekcie kolejne zbiory wartości funkcji (5), została przyjęta na poziomie 0,38 oraz 0,48, zgodnie z obliczeniami trzech autorów, Mankiwa, Romera i Weila, otrzymanymi w odniesieniu do krajów OECD oraz na próbie 98 krajów nienaftowych [Mankiw, Romer i Weil 1992]. Wskazani autorzy w swej publikacji z 1992 r. podjęli się m.in. zadania polegającego na weryfikacji hipotezy Solowa w oparciu o estymację współczynników równań regresji, utworzonych na podstawie zależności występujących w neoklasycznym modelu wzrostu oraz w modelu zmodyfikowanym o kapitał ludzki. Posługiwali się przy tym (w stosunku do badanych krajów) zbiorem danych statystycznych z lat 1960–1985. Otrzymane wyniki wskazywały jednak na większy udział kapitału w tworzeniu dochodu niż zakładał to Solow. Trzej autorzy zmodyfikowali więc neoklasyczny model wzrostu Solowa, przyjmując szerszą definicję kapitału. Estymując współczynniki równania regresji w zmodyfikowanym modelu wzrostu obejmującym kapitał ludzki, wskazani autorzy otrzymali wartość elastyczności  $\alpha$  na poziomie 0,38 (w odniesieniu do krajów OECD) oraz na poziomie 0,48 (w próbie 98 krajów nienaftowych).

Czwarta wartość elastyczności  $\alpha$  w przeprowadzonych obliczeniach uwzględniona została, zgodnie z założeniem Swana, na poziomie 0,4 [Swan 1956]. Australijski ekonomista, w odróżnieniu do Solowa, optował, że postęp techniczny i rozwój nowych technologii bardziej wpływają na produktywność kapitału niż pracy, stąd u tego autora waga liczbowa związana z udziałem w wytwarzanym produkcie dóbr kapitałowych funkcjonujących w gospodarce przyjmowana była na poziomie 0,4. Korzystając zatem z dorobku twórców teorii wzrostu i rozwoju gospodarczego, wykorzystano w przeprowadzonych obliczeniach cztery wskazane wyżej wartości (0,3; 0,38; 0,4; 0,48) parametru strukturalnego  $\alpha$ .

W równaniu (1) oraz (5) współczynniki stojące przy zmiennej  $x$ , tj.  $K_t/N_{Et}$  oraz  $Y_{Et}/N_{Et}$  w równaniu (5) – zgodnie z założeniami prowadzonego modelowania [Chrzonstowski 2013, s. 124] – przyjmowane były jako wielkości względnie stałe w rozpatrywanym przyszłym okresie (w analizowanym tutaj przypadku chodzi o okres  $t$ , czyli kilka minionych lat przed rokiem bieżącym)<sup>12</sup>. Zatem

<sup>12</sup> Wielkości  $K_t$ ,  $N_{Et}$ ,  $Y_{Et}$  mogą zmieniać się znacznie z okresu na okres, ale ich stosunki, tj.  $K_t/N_{Et}$  oraz  $Y_{Et}/N_{Et}$ , powinny pozostawać względnie stałe.

pierwszą oceną przydatności w obliczeniach równania (5) było sprawdzenie w oparciu o dostępny materiał statystyczny względnej stałości tych współczynników.

W komercyjnych ubezpieczeniach emerytalnych, zajmujących się gromadzeniem kapitału m.in. na rynkach finansowych poprzez fundusze inwestycyjne, przyjmowany jest statystycznie przeciętny okres spłat zgromadzonych środków (kapitału i skapitalizowanych odsetek) na poziomie 15 lat. Zatem rozpatrywany okres  $t$  powinien dotyczyć podobnego przedziału czasowego. Jednakże z uwagi na dostępne wielkości liczbowe w bazie danych OECD, które na uwzględnionym etapie kompletowania i gromadzenia w pełnym spektrum wskaźników finansowych i ekonomicznych sięgały do roku 2010 – za rozpatrywany okres  $t$  został w niniejszym opracowaniu wybrany przedział czasowy skrócony do lat 2001–2010, czyli okres dziesięcioletni na ustalenie względnej zmienności lub stałości relacji liczbowych:  $K_t/N_{Et}$  oraz  $Y_{Et}/N_{Et}$ .

Biorąc pod uwagę ogromną różnorodność czynników wpływających na gospodarkę każdego kraju, powodujących niekiedy znaczne wahania aktywności gospodarczej na tle długoterminowego trendu, oraz fakt, że na początku i na końcu dekady lat 2001–2010 mieliśmy w skali światowej do czynienia z recesją i kryzysami – za względną „stałość” (w skrócie *const.*) oraz „raczej stałość” (w skrócie *r.const.*) lub „raczej zmienność” (w skrócie *r.z.*), lub „zmienność” (w skrócie *z.*) współczynników  $K_t/N_{Et}$  i  $Y_{Et}/N_{Et}$  uważamy takie przypadki, kiedy wartość tych ilorazów w poszczególnych latach dekady 2001–2010, w każdym kraju rozpatrywanym odrębnie, odchyliła się od średniej arytmetycznej uzyskanej w dekadzie według następującej skali klasyfikacyjnej:

$$\begin{aligned} \beta_{max} \leq 10\% \rightarrow \beta \equiv const.; \quad 11\% \leq \beta_{max} \leq 15\% \rightarrow \beta \equiv r.const.; \\ 16\% \leq \beta_{max} \leq 20\% \rightarrow \beta \equiv r.z.; \quad 21\% \leq \beta_{max} \rightarrow \beta \equiv z \end{aligned} \quad (6)$$

Przy czym  $\beta_{max}$  symbolizuje największe odchylenie każdego ze współczynników z osobna (w górę lub w dół) od średniej, zaś  $\beta$  oznacza owe współczynniki utożsamiane z ich średnią. Wyznaczone w ten sposób największe odchylenie od średniej przyjmujemy równocześnie za błąd względny każdego współczynnika obliczonego na podstawie danych statystycznych. Otrzymane wyniki zawarte są w tabeli nr 1.

Do przeprowadzonych obliczeń za wielkość parametru  $K_t$  w poszczególnych gospodarkach została przyjęta pieniężna wartość brutto środków trwałych (*gross fixed assets*) w walucie krajowej przy cenach stałych z roku bazowego 2005. Parametr  $N_{Et}$  określający liczbę emerytów był wyznaczony w każdym roku pośrednio dzięki statystykom podającym ogólną liczbę mieszkańców danego kraju oraz przy wykorzystaniu procentowego wskaźnika osób starszych w wieku powyżej 65. roku życia w całej populacji. W podobny sposób w każdym kraju do wyznaczenia wielkości  $AL_t$  (potrzebnej przy ustalaniu w poszczególnych



latach rzeczywistej wartości zmiennej  $x$ ) posłużyła ogólna liczba mieszkańców i procentowy wskaźnik zatrudnienia ogółem (*employment rates: total*)<sup>13</sup>. Wartość pieniężną produktu,  $Y_{Et}$ , przeznaczanego na świadczenia emerytalne w poszczególnych krajach, ustalono na podstawie danych liczbowych w module bazy OECD pod nazwą *Social Protection and Well-being* w rubryce: „starość – emerytura” (*old age – pension*).

Charakter otrzymanych wyników (tab. 1), a zwłaszcza ich kwalifikacja według założonych kryteriów (6), wypadły na tyle zadowalająco, że można było przejść do dalszych obliczeń. Na 34 kraje OECD jedynie w 5 z nich oba współczynniki otrzymały kwalifikację „zmiennosc” i „raczej zmiennosc” (Estonia, Słowacja, Turcja – w obu przypadkach „zmiennosc”; Portugalia w obu przypadkach „raczej zmiennosc” i Polska, gdzie dla pierwszego współczynnika pojawia się „zmiennosc”, a dla drugiego – „raczej zmiennosc”). W dalszych obliczeniach, polegających na badaniu przebiegu zmiennosci funkcji (5) i ustalaniu typu wykresu według klasyfikacji z rysunku 1, wypadałoby kraje te pominąć, podobnie jak wszystkie te kraje, gdzie przynajmniej w jednym przypadku odnotowana została „zmiennosc” współczynnika lub „raczej zmiennosc”. Do dalszych obliczeń należałoby zakwalifikować właściwie tylko 16 krajów, w których dla obu współczynników otrzymano kwalifikację „stałosc” lub „raczej stałosc”.

Niemniej jednak wyznaczanie wartości funkcji (5) i ustalanie jej typu według grup I, II i III ukazanych na rysunku 1 zostało przeprowadzone dla wszystkich 34 gospodarek przy wstawieniu do równania (5) średnich wartości współczynników  $K_t/N_{Et}$  i  $Y_{Et}/N_{Et}$  obliczonych dla dekady 2001–2010. Nazwy krajów, w których „stałosc” i „raczej stałosc” tych współczynników, według kryterium (6), została w latach 2001–2012 potwierdzona, zostały w tabeli 2, zbierającej wyniki obliczeń, wyróżnione tłustym drukiem. Obliczenia na podstawie równania (5) dotyczące pozostałych gospodarek (nazwy niewyróżnione tłustym drukiem) należy potraktować jako estymacje bardziej hipotetyczne, związane z założeniem, w jaki sposób kształtowałyby się przebiegi produktu pozostającego w dyspozycji czynników wytwórczych, gdyby współczynniki  $K_t/N_{Et}$  i  $Y_{Et}/N_{Et}$  dla tych gospodarek w okresie 2001–2010 przyjmowały w przybliżeniu wartości odpowiadające wartościom średnim z tego okresu.

<sup>13</sup> Na podstawie wskazanych wielkości statystycznych została w zasadzie wyznaczona liczba  $L$  pracowników zatrudnionych w gospodarce w poszczególnych latach. W niniejszym opracowaniu utożsamiamy jednak  $L$  z  $AL$  ( $AL \equiv L$ ). Jeśli bowiem wiedza  $A$  związana z wdrożonym postępowaniem technicznym występuje w modelu w postaci  $Y = F(AK, L)$ , to postęp techniczny polega na powiększaniu kapitału; jeżeli zaś występuje w postaci  $Y = AF(K, L)$ , to postęp techniczny – według J. Hicksa [1973, s. 177–184] – jest neutralny. Natomiast – co przyjmowane jest w referowanym modelowaniu – jeśli  $A$  występuje w modelu w postaci  $Y = F(K, AL)$ , to wiedza związana z wdrożonym postępowaniem technicznym jest udziałem siły roboczej i daje tzw. pracę efektywną.

Tabela 1. Ocena stałości ilorazów Kt/NET i YEt/NET w dekadzie 2001–2010

Kraj/gospodarka	Śr. ( $K_t/N_{Et}$ ) w tys. waluty krajowej (ceny stałe)	Maks. odch. od śred. z 10 lat (%)	Śr. ( $Y_{Et}/N_{Et}$ ) w tys. waluty krajowej (ceny stałe)	Maks. odch. od śred. z 10 lat (%)	Kwalifikacja	
					ad. 3	ad. 5
1	2	3	4	5		
Australia	1 301,7	17	11,967	7	r.z.	const.
Austria	588,9	12	16,451	7	r.const.	const.
Belgia	414,7	11	11,795	15	r.const.	r.const.
Chile	122 721,5	23	10,233	14	z.	r.const.
Czechy	15 453,3	5	132,234	19	const.	r.z.
Dania	9 853,3	3	94,815	9	const.	const.
Estonia	189,2	31	11,273	24	z.	z.
Finlandia	824,3	1	12,930	14	const.	r.const.
Francja	727,4	5	17,744	10	const.	const.
Grecja	282,5	29	7,035	7	z.	const.
Hiszpania	569,4	22	6,969	9	z.	const.
Holandia	1 073,0	13	10,314	2	r.const.	const.
Irlandia	918 142,6	15	5,307	21	r.const.	z.
Islandia	103 009,9	22	550,531	14	z.	r.const.
Izrael	1 841,8	2	19,085	9	const.	const.
Japonia	67 909,4	9	1 429,096	7	const.	const.
Kanada	682,1	1	12,352	2	const.	const.
Korea Płd.	534 885,0	4	2 850,029	21	const.	z.
Luksemburg	1 564,1	20	16,989	9	r.z.	const.
Meksyk	5 207,9	23	7,499	7	z.	const.
Niemcy	735,3	5	11,926	4	const.	const.
Norwegia	7 136,5	8	128,179	8	const.	const.
Nowa Zelandia	1 210,7	15	13,539	3	r.z.	const.
Polska	685,3	24	14,049	18	z.	r.z.
Portugalia	381,5	19	7,137	16	r.z.	r.z.
Słowacja	588,5	15	4,307	24	z.	z.
Słowenia	400,8	7	16,604	15	const.	r.const.
Stany Zjednoczone	973,5	4	17,775	10	const.	r.const.
Szwajcaria	2 502,5	8	24,110	6	const.	const.
Szwecja	4 333,8	5	118,456	11	const.	r.const.
Turcja	268,4	28	6,492	22	z.	z.
Węgry	95 029,3	3	849,498	18	const.	r.z.
Wielka Brytania	459,0	21	5,765	13	z.	r.const.
Włochy	686,9	1	13,982	2	const.	const.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych źródłowych z bazy OECD.

## Omówienie obliczeń pomocniczych

W celu ustalenia, w jakim obszarze krzywej typu I, II lub III (rys. 1) znajdują się wartości proporcji  $N_{Et}/AL_t$ , zaznaczającej się w poszczególnych krajach OECD we wszystkich latach okresu 1991–2012, została dla każdego kraju oszacowana w przedziale (0; 1) wartość  $x_{max}$  w zależności od każdej z czterech uwzględnionych wielkości parametru  $\alpha$ . Do oszacowania odciętej  $x_{max}$  dla poszczególnych  $\alpha$  posłużyło odpowiednio przekształcone równanie (2). Korzystając bowiem z zależności (3) i (4), równanie (2) możemy zapisać jako:

$$x_{max} = \left( \frac{r_{Et}}{\alpha k_t^\alpha P_t} \right)^{1/\alpha-1} = \left( \frac{Y_{Et}}{\alpha k_t^\alpha N_{E0t}} \right)^{1/\alpha-1} = \left( \frac{N_{E0t}^\alpha Y_{Et}}{\alpha N_{E0t} K_t^\alpha} \right)^{1/\alpha-1}$$

$$x_{max} = \left( N_{E0t}^{\alpha-1} \right)^{1/\alpha-1} \cdot \left( \frac{Y_{Et}}{\alpha K_t^\alpha} \right)^{1/\alpha-1}$$

czyli

$$x_{max} = N_{E0t} \cdot \left( \frac{Y_{Et}}{\alpha K_t^\alpha} \right)^{1/\alpha-1} \quad (7)$$

gdzie  $N_{E0t}$  oznacza liczbę emerytów odpowiadającą proporcji  $x_{max} = N_{E0t}/AL_{0t}$ , przy której produkt pozostawiony do dyspozycji czynnikom wytwórczym,  $y_{cw}$ , osiąga maksimum. Analizując przebieg zmienności funkcji (5), przy wkomponowaniu w zmienność  $x$  ustalonych na podstawie danych statystycznych proporcji  $N_{Et}/AL_t$  z poszczególnych lat okresu 1991–2012, można było z dużą dokładnością oszacować wartość  $N_{E0t}$  oraz wartość  $x_{max}$ . Wyniki obliczeń zawarte są w tabeli 2.

Wartości proporcji  $N_{Et}/AL_t$ , zaznaczające się w poszczególnych krajach OECD we wszystkich latach okresu 1991–2012, stanowiły dane wyjściowe do niezbędnej ekstrapolacji tej proporcji, czyli odciętej  $x$  ku wartościom mniejszym lub większym, jeśli zachodziła taka potrzeba, by kształt krzywej typu I, II lub III został odpowiednio na wykresie ujawniony. Stąd niektóre otrzymane wartości  $x_{max}$  znajdują się poza przedziałem liczb określających zmienną  $x$  w latach 1991–2012. W tabeli 2 zostały jedynie w kolumnach 2 i 3 pokazane w odniesieniu do poszczególnych krajów najmniejsze i największe wartości proporcji  $N_{Et}/AL_t = x$ , otrzymanych na podstawie danych z lat 1991–2012. Tłustym drukiem zostały podane w tabeli 2 te wartości  $x_{max}$ , których wielkość, przy odpowiedniej elastyczności  $\alpha$ , należała do przedziału wyznaczonego dzięki obliczeniom dokonany na podstawie danych statystycznych krajów z lat 1991–2012.

### Otrzymane wyniki

Dane zawarte w kolumnach 2 i 3 tabeli 2, w odniesieniu do większości krajów OECD potwierdzają znaną powszechnie prawidłowość, że liczba osób w wieku emerytalnym w stosunku do osób w wieku produkcyjnym na przestrzeni ostatnich dziesięć lat sukcesywnie wzrasta. Proces odwrotny (spadek liczby emerytów w stosunku do pracujących) w okresie 1991–2012 zaznaczył się tylko w przypadku pięciu krajów. Najpełniej w przypadku Izraela, częściowo zaś w odniesieniu do Irlandii, Luksemburga, Norwegii i Hiszpanii. Proporcję  $N_{Et}/AL_t = x$  można ustalić z dowolną dokładnością. Ponieważ w bazie danych OECD liczba ludności każdego kraju podawana była w tysiącach, to również liczby ukazujące wielkość  $N_{Et}$  i  $L_t$  zostały ustalone w tysiącach, lecz ich iloraz, będący ułamkiem, mógł mieć dowolne rozwinięcie po przecinku. W niniejszym opracowaniu zdecydowano się na ustalenie tego rozwinięcia (zgodnie z regułami zaokrąglania) do trzeciego miejsca po przecinku. Zatem przeciętny błąd względny dla wartości  $N_{Et}/AL_t = x$  nie przekracza 0,6%<sup>14</sup>.

W tabeli 2 każdy przypadek, dla którego maksimum funkcji  $y_{cw}$  nie wystąpiło w przedziale (0,05; 1), został oznaczony symbolem \*. Analizując otrzymane wyniki dla wszystkich  $x_{max}$  w poszczególnych krajach, z łatwością możemy zauważyć prawidłowość, że przy jednakowych wartościach współczynników  $K_t/N_{Et}$  i  $Y_{Et}/N_{Et}$  branych do kolejnych obliczeń maksimum funkcji  $y_{cw}$  przesuwają się na prawo (pojawia się dla coraz większych wartości  $x$ ) wraz ze wzrostem elastyczności  $\alpha$ . Błąd względny w przypadku wszystkich wyznaczonych  $x_{max}$  został ustalony przy założeniu, że wartości funkcji  $y_{cw}$ , wyznaczane według równania (5) w tysiącach waluty krajowej, otrzymano z dokładnością do czwartego miejsca po przecinku, czyli z dokładnością do dziesiętnych części w danej walucie. Wówczas dla kilku wartości  $x$  znajdujących się w bezpośrednim sąsiedztwie odciętej  $x_{max}$ , tzn. dla bardzo wąskiego przedziału zmiennej  $x$  zawierającego  $x_{max}$ , funkcja  $y_{cw}$  osiągała maksymalną wartość z dokładnością do czwartego miejsca po przecinku. Szerokość takiego przedziału zmiennej  $x$  podzielona przez wartość liczbową jego dolnego kresu i pomnożona przez 100 dawała błąd względny, zaznaczony w każdym przypadku w nawiasie przy wszystkich wielkościach  $x_{max}$  podanych w tabeli 2. Kres dolny takiego przedziału zawierającego  $x_{max}$  wybierano za każdym razem do obliczeń po to, by wyznaczony błąd względny posiadał możliwie największą wartość.

<sup>14</sup> W tabeli 2 najmniejsza otrzymana wartość proporcji  $N_{Et}/AL_t$ , zaokrąglona do trzeciego miejsca po przecinku wyniosła 0,071 (Meksyk), największa zaś 0,367 (Włochy). W przypadku proporcji najmniejszej błąd względny osiąga 1,4% ( $0,001/0,071 \times 100 = 1,4$ ). Błąd względny wynosi powyżej 1% i dokładnie 1% jeszcze w przypadku dwóch proporcji, tj. dla 0,085 (Korea) i 0,099 (Turcja), lecz dla pozostałych wartości ilorazu  $N_{Et}/AL_t$  błąd ten przyjmuje już wielkości ułamkowe, a w przypadku wyznaczonych największych wartości – poczynając od proporcji 0,288 – osiąga poziom 0,3% ( $0,001/0,288 \times 100 = 0,3$ ).

Szczegółnej uwagi wymagają wyniki uzyskane w przypadku tych krajów, w których – przy każdej z czterech przyjmowanych do obliczeń wartości  $\alpha$  – wykres funkcji  $y_{cw}$  przyjmuje kształt krzywej typu III. Do takich krajów należą Węgry, Japonia i Korea Płd. Wprawdzie założenia modelu w rozpatrywanym okresie spełniała tylko Japonia, bo Korea i Węgry miały w dekadzie 2001–2010 przeciętną stopę procentową powyżej 3,5%. Korea i Węgry nie posiadały też w rozpatrywanych latach współczynników funkcji (5) na poziomie kwalifikującym te współczynniki do kategorii względnie stałych według kryterium (6). Niemniej jednak w tych trzech gospodarkach trudno było w minionej dekadzie zaobserwować jakieś drastycznie negatywne oddziaływanie bodźca związanego z niską wartością produktu pozostającego w dyspozycji czynników wytwórczych<sup>15</sup>. Oczywiście, przy wyższych niż 0,48 wartościach elastyczności  $\alpha$  i przy średnich z dekady 2001–2010 współczynnikach  $K_t/N_{Et}$  i  $Y_{Et}/N_{Et}$  równania (5), wykresy produktu  $y_{cw}$  we wszystkich trzech wskazanych krajach przyjmują dokładnie kształt krzywej typu II z wyraźnie zaznaczonym maksimum dla zmiennej  $x_{max}$  z przedziału (0,05; 1).

Wartość elastyczności produktu względem kapitału na poziomie 0,48, Mankiw, Romer i Weil wyznaczyli dla 98 krajów nienaftowych przy założeniu malejących przychodów z kapitału, ale przyjmując szerszą definicję kapitału, wykraczającą poza tradycyjny kapitał fizyczny [Mankiw, Romer i Weil, 1992]. Siłą rzeczy była to estymacja uśredniająca. Niewykluczone więc, że przy tak zdefiniowanym kapitale, obejmującym prócz fizycznego także kapitał ludzki, gospodarki poszczególnych krajów muszą odznaczać się odmienną, właściwą sobie indywidualną wartością elastyczności  $\alpha$ . Stąd, dla przykładu, funkcja (5) ze współczynnikami gospodarki Węgier z badanego okresu osiąga maksimum przy  $\alpha = 0,56$  dla  $x_{max} = 0,128$  (0,8%); ze współczynnikami gospodarki Japonii z badanego okresu osiąga maksimum przy  $\alpha = 0,62$  dla  $x_{max} = 0,108$  (0,9%); natomiast ze współczynnikami gospodarki Korei Płd. z badanego okresu osiąga maksimum przy  $\alpha = 0,6$  dla  $x_{max} = 0,074$  (1,4%). W każdym z tych trzech krajów dla zwiększonego  $\alpha$  rzeczywiste wartości proporcji  $N_{Et}/AL_t = x$ , obliczone w poszczególnych latach okresu 1991–2012 znajdowały się poza maksimum, tj. w części opadającej krzywej II. Najbliższej jednak odciętej  $x_{max}$  wartości te położone były w przypadku Korei Płd., a najdalej – w przypadku Węgier.

<sup>15</sup> Wprawdzie po pęknięciu bańki spekulacyjnej pod koniec lat 80. XX w. gospodarka japońska w ostatniej dekadzie XX w. przeżywała kłopoty finansowe, deflację i stagnację, to jednak w pierwszych latach XXI w. odnotowywała widoczne ożywienie. Wszystkie te aspekty, a zwłaszcza cenne z punktu widzenia niniejszego artykułu uwagi o pogorszeniu się japońskiej struktury demograficznej, zob. np. [Grabowiecki 2005].

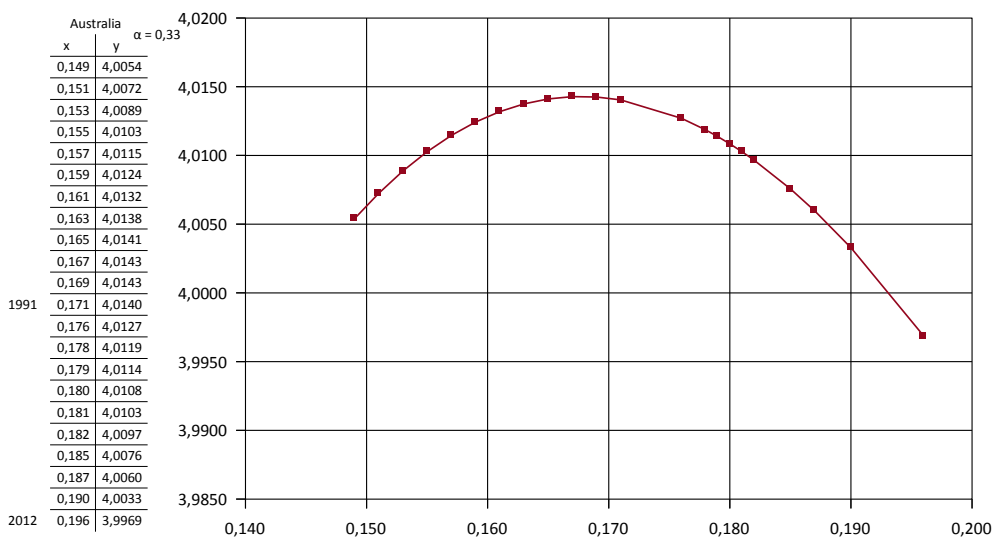
**Tabela 2. Określenie typu krzywej wyrażonej wzorem (1) w poszczególnych krajach OECD oraz wartość  $x_{max}$  dla badanych wielkości  $\alpha$**

Kraj/ gospodarka	Najmniejsza i największa wartość $x$ w okresie 1991-2012		Typ wykresu w przedziale (0;1) i wartość $x_{max}$ w przedziale (0,05;1) krzywej $y_{cw}$ dla poszczególnych $\alpha$			
	wartość (rok)	wartość (rok)	$\alpha = 0,33$	$\alpha = 0,38$	$\alpha = 0,4$	$\alpha = 0,48$
			$x_{max}$ (błąd wzg. %), typ	$x_{max}$ (błąd wzg. %), typ	$x_{max}$ (błąd wzg. %), typ	$x_{max}$ (błąd wzg. %), typ
1	2	3	4	5	6	7
Australia	0,171 (1991)	0,196 (2012)	0,168 (1,2), II	0,313 (0,6), II	0,414 (0,7), II	*, I
Austria	0,219 (1994)	0,247 (2012)	0,070 (1,4), II	0,114 (0,9), II	0,144 (0,7), II	0,403 (1,0), II
Belgia	0,271 (1991)	0,289 (1998)	0,097 (2,1), II	0,157 (1,9), II	0,197 (1,5), II	0,553 (1,1), II
Chile	0,112 (1991)	0,157 (2009)	*, I	*, I	*, I	*, I
Czechy	0,184 (1991)	0,248 (2012)	*, III	*, III	*, III	0,149 (1,4), II
Dania	0,194 (1994)	0,239 (2012)	*, III	*, III	0,051 (2,0), II	0,187 (1,1), II
Estonia	0,155 (1991)	0,279 (2010)	0,070 (1,4), II	0,106 (1,9), II	0,126 (1,6), II	0,292 (0,3), II
Finlandia	0,192 (1991)	0,265 (2012)	0,119 (0,8), II	<b>0,207</b> (1,0), II	0,268 (0,7), II	0,873 (0,9), II
Francja	0,236 (1991)	0,275 (2012)	0,070 (1,4), II	0,116 (0,9), II	0,145 (2,1), II	0,423 (0,5), II
Grecja	0,263 (1991)	0,288 (1998)	0,174 (2,9), II	<b>0,288</b> (2,1), II	0,365 (0,5), II	*, I
Hiszpania	0,250 (2007)	0,318 (1996)	<b>0,250</b> (0,4), II	0,448 (1,3), II	0,586 (1,2), II	*, I
Holandia	0,187 (2002)	0,220 (2012)	<b>0,191</b> (1,6), II	0,351 (0,6), II	0,465 (1,1), II	*, I
Irlandia	0,157 (2007)	0,225 (1992)	*, I	*, I	*, I	*, I
Islandia	0,134 (1991)	0,158 (2011)	*, III	*, III	*, III	0,055 (1,8), II
Izrael	0,154 (2012)	0,181 (1992)	0,099 (1,0), II	<b>0,181</b> (0,6), II	0,239 (0,4), II	0,866 (0,7), II
Japonia	0,182 (1991)	0,342 (2012)	*, III	*, III	*, III	*, III
Kanada	0,168 (1991)	0,206 (2012)	<b>0,198</b> (0,5), II	0,116 (1,7), II	0,255 (0,8), II	0,801 (0,3), II
Korea Płd.	0,085 (1991)	0,183 (2012)	*, III	*, III	*, III	*, III
Luksemburg	0,213 (2010)	0,239 (1995)	0,109 (0,9), II	0,198 (1,0), II	0,260 (1,2), II	0,933 (0,2), II
Meksyk	0,071 (1993)	0,102 (2012)	0,677 (0,4), II	*, I	*, I	*, I
Niemcy	0,223 (1991)	0,292 (2009)	0,127 (1,6), II	0,222 (1,4), II	<b>0,284</b> (0,4), II	0,915 (1,0), II
Norwegia	0,188 (2008)	0,227 (1993)	*, III	*, III	*, III	0,078 (1,3), II
Nowa Zelandia	0,162 (2004)	0,191 (2012)	0,135 (0,7), II	0,244 (0,8), II	0,321 (1,3), II	*, I
Polska	0,179 (1991)	0,252 (2004)	0,096 (2,1), II	0,162 (0,6), II	<b>0,206</b> (1,5), II	0,626 (0,8), II
Portugalia	0,205 (1991)	0,298 (2012)	0,197 (2,1), II	0,337 (0,6), II	0,431 (1,6), II	*, I
Słowacja	0,175 (1991)	0,223 (2012)	0,522 (0,4), II	0,986 (1,5), II	*, I	*, I
Słowenia	0,183 (1991)	0,265 (2012)	0,057 (1,8), II	0,089 (0,3), II	0,110 (1,8), II	0,277 (0,4), II
Stany Zjedn.	0,168 (2000)	0,205 (2012)	0,080 (1,3), II	0,137 (0,7), II	<b>0,176</b> (0,6), II	0,552 (0,4), II
Szwajcaria	0,186 (1991)	0,228 (2012)	0,082 (1,2), II	0,150 (1,3), II	<b>0,199</b> (1,0), II	0,735 (0,8), II
Szwecja	0,219 (1991)	0,262 (2011)	*, III	*, III	*, III	0,057 (1,8), II
Turcja	0,099 (1991)	0,179 (2009)	0,190 (1,6), II	0,316 (1,6), II	0,400 (0,5), II	*, I
Węgry	0,234 (1991)	0,301 (2011)	*, III	*, III	*, III	*, III
Wlk. Brytania	0,213 (2004)	0,234 (2012)	0,298 (1,4), II	0,533 (1,5), II	0,697 (0,7), II	*, I
Włochy	0,290 (1991)	0,367 (2012)	0,097 (1,0), II	0,164 (1,9), II	0,208 (1,4), II	0,635 (0,3), II

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych źródłowych z bazy OECD.

W celu zobrazowania otrzymywanych wykresów funkcji (5) w artykule zamieszczono dwa przykładowe<sup>16</sup> – jeden na rysunku 2, dotyczący Australii (pierwszego kraju z listy krajów OECD występującej w obydwu tabelach) i drugi, na rysunku 3, dotyczący Stanów Zjednoczonych Ameryki, będących ostatnim krajem z listy krajów OECD zamieszczonych w tabelach 1 i 2. W przypadku Stanów Zjednoczonych ciekawostką jest to, że dla elastyczności  $\alpha$  zgodnej z hipotezą Swana, czyli równej 0,4, funkcja (5) przedstawiona wykresem na rysunku 3 osiąga maksimum dla wartości  $x_{max} = 0,176$  (0,6%), odpowiadającej wartości rzeczywistej obliczonej na podstawie danych statystycznych z okresu 1991–2012, która to wielkość występowała w USA we wskazanym przedziale lat dwukrotnie, tj. w roku 1994 i 2007. Pozwala to na postawienie wniosku, że jeśli elastyczność produktu względem kapitału w gospodarce USA wynosi faktycznie ok. 0,4, to gospodarka Stanów Zjednoczonych w rozpatrywanym okresie znajdowała się w maksimum swej efektywności określanej produktem przeznaczanym na wynagrodzenie czynników wytwórczych.

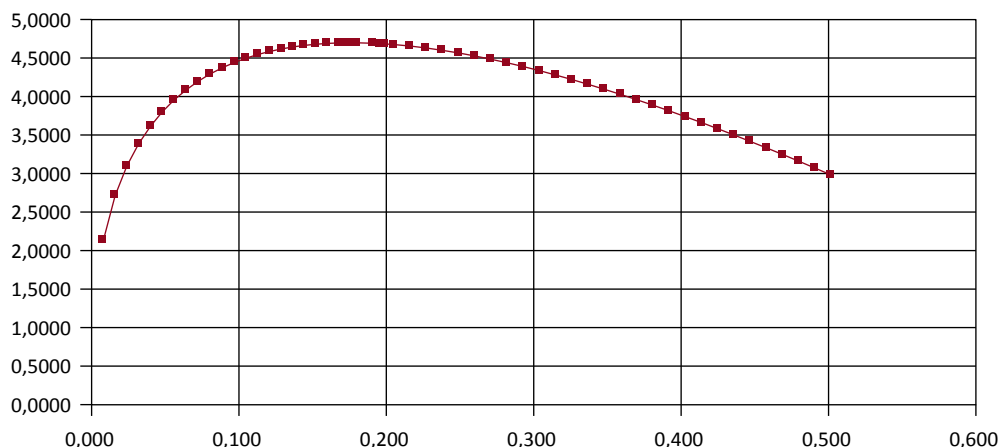
**Rysunek 2. Australia – przebieg produktu pozostającego w dyspozycji czynników wytwórczych**



Źródło: Opracowanie własne.

<sup>16</sup> Uwzględnienie w artykule otrzymanych wykresów wszystkich rozpatrywanych gospodarek przy każdej z czterech elastyczności  $\alpha$  daje liczbę 136 rysunków do zaprezentowania w ramach artykułu. W tabeli 2 mamy 89 wartości odciętej  $x$ , przy których funkcja (5) dla poszczególnych krajów osiąga maksimum w przedziale (0; 1). Zamieszczenie w tekście tych 89 wykresów jest niemożliwe wobec ograniczonej objętości artykułu, podobnie jak zamieszczenie tylko 34 wykresów dla jednej wartości  $\alpha$ , stąd decyzja autora o zaprezentowaniu jedynie dwóch wybranych wykresów.

Rysunek 3. USA – przebieg produktu pozostającego w dyspozycji czynników wytwórczych



Źródło: Opracowanie własne.

### Zakończenie

Przeprowadzone w opracowaniu obliczenia na podstawie modelu, przewidyującego teoretycznie możliwość występowania w makroskali efektu Laffera w gospodarkach posiadających instytucjonalne, repartycyjne lub repartycyjno-kapitałowe systemy emerytalne, pokazały, że model ten może znaleźć zastosowanie do opisu rzeczywistych relacji gospodarczych, gdy założenia i kryteria, które legły u jego podstaw, będą spełnione w jakimś wybranym przedziale czasowym. Wprawdzie w naukach ekonomicznych, co do zasady, panuje zgoda, że poziom możliwego wynagrodzenia stanowi istotny bodziec wpływający na ilość i jakość oraz alokację zasobów, które można wykorzystywać w procesach wytwórczych, to jednak siła, z jaką bodziec ten wpływa i może wpływać na ludzi różnych czasów i kultur dysponujących czynnikami wytwórczymi, trudna jest do zmierzenia. W przeprowadzonych rozważaniach zakładaliśmy, że ludzkie zaangażowanie, oczekiwania i nastawienia, kreujące życie gospodarcze każdego kraju, zwłaszcza w przypadku jednostek aktywnych zawodowo, będą podążały za możliwym do osiągnięcia wynagrodzeniem, odzwierciedlając niejako kształt krzywej zagregowanych w makroskali wynagrodzeń.

Otrzymane wyniki z udziałem czterech wybranych wartości liczbowych  $\alpha$ , występujących w literaturze z zakresu teorii wzrostu gospodarczego, nie we wszystkich krajach OECD potwierdziły typowy kształt krzywej Laffera. Dobierając jednakże odpowiednio wartość parametru  $\alpha$ , określającego elastyczność wytwarzanego w gospodarce produktu ze względu na nakłady kapitału, możemy w przypadku każdego kraju otrzymać wykres produktu pozostającego w dyspozycji czynników wytwórczych zgodny z kształtem klasycznej krzywej Laffera.



W przeprowadzonych obliczeniach, wykorzystując dane statystyczne krajów OECD, za miarę występujących w gospodarce kapitałów przyjmowano wartość środków trwałych w walutach krajowych, czyli trwały kapitał fizyczny. Stanowi on najbardziej znaczący składnik występujących w gospodarce kapitałów, lecz kapitałów tych nie wyczerpuje. Uzasadnieniem przyjętego rozwiązania było to, że korzystanie w okresie rentierskim z nagromadzonego kapitału dotyczy wieloletnich przedziałów czasowych, więc trwałe składniki majątkowe najbardziej oddają charakter aktywów zgromadzonych, a następnie zużywanych przez osoby niebędące w wieku produkcyjnym.

Niemniej jednak Bank Światowy, szacując kapitały w trzech zasadniczych grupach gospodarek (kraje o niskim dochodzie, kraje o dochodzie średnim i kraje wysokodochodowe OECD), obok kapitału produkcyjnego, z którym najłatwiej utożsamić zgromadzone aktywa trwałe, oraz kapitału naturalnego, którym są zasoby przyrodnicze krajów, wyróżnia także kategorię kapitału niematerialnego (*intangible capital*)<sup>17</sup>. Wszystkie trzy rodzaje zasobów tworzą bogactwo narodów. Jednakże udział tych trzech kategorii kapitałowych we wskazanych grupach krajów w tworzeniu bogactwa jest zasadniczo odmienny. W grupie gospodarek niskodochodowych udział kapitału naturalnego przy tworzeniu bogactwa narodów – według oszacowań Banku Światowego – wynosi średnio 26%, w przypadku kapitału produkcyjnego – średnio 16% i niematerialnego – 59%. Natomiast w krajach OECD, kapitał naturalny ma zaledwie 2% udziału w tworzeniu bogactwa, kapitał produkcyjny – średnio 17%, a kapitał niematerialny posiada 80% udziału przy tworzeniu bogactwa narodów [World Bank 2006].

Przyjmowanie w zastosowanym w artykule modelu za miarę kapitału jedynie wartości środków trwałych, stanowiących przeważającą część zasobu (kapitału) produkcyjnego, nie jest błędem, bowiem znaczenie kapitału niematerialnego, czyli kapitału ludzkiego i społecznego, przejawia się w gospodarce przede wszystkim w tym, że zasób niematerialny ściśle wiąże się z zasobem produkcyjnym i naturalnym w wytwarzaniu dóbr. Dzięki wysokiemu poziomowi wiedzy posiadanej przez ludzi i dzięki ich dużym umiejętnościom (stanowi to kategorię zasobową określaną pojęciem „kapitał ludzki”) oraz dzięki dobrym i pełnym zaufania relacjom międzyludzkim w pracy, biznesie i otoczeniu instytucjonalnym przedsiębiorstw (składa się to bezpośrednio na kategorię zasobową określaną mianem „kapitał społeczny”) – łatwiej, lepiej i bardziej efektywnie może być wykorzystywany zasób produkcyjny i naturalny narodu. Stąd elastyczność ( $\alpha$ ) produktu względem nakładów kapitałowych będzie tym większa, im większy jest kapitał niematerialny w danym społeczeństwie.

Zatem wobec gospodarek tych krajów, którym w omawianym modelu wychodzi, że nie są w optimum swoich możliwości wzrostowych, lecz ich makroekonomiczna relacja – liczbowy stosunek emerytów do pracujących – znajduje się

<sup>17</sup> Zob. [World Bank 2006]. Na kapitał niematerialny składają się przede wszystkim omawiane szeroko w literaturze ekonomicznej i socjologicznej takie zasoby, jak „kapitał ludzki” i „kapitał społeczny”.

za punktem maksymalnym dla omówionych czterech wartości  $\alpha$ , nasuwa się wniosek, że kraje te winny uczynić wszystko co możliwe, aby zwiększyć własne zasoby kapitału ludzkiego i społecznego, czyli żeby poszerzyć swój kapitał niematerialny w celu zwiększenia elastyczności produktu względem kapitału. Zwiększanie bowiem jedynie kapitału fizycznego nie ma wpływu na zmianę wartości elastyczności  $\alpha$ , gdyż ona bardziej zależy od efektywniejszego wykorzystywania (jego intensywności) zasobów produkcyjnych niż od ekstensywnego przyrostu wielkości tych zasobów, które podlegają prawu malejących przychodów, uwzględnianemu w neoklasycznym modelowaniu wzrostu gospodarczego.

Biorąc bowiem pod uwagę szerszą definicję kapitału, wykraczającą poza tradycyjny kapitał fizyczny i wkraczającą w rejony zasobów określanych mianem „kapitał ludzki” i „kapitał społeczny” – możemy oczekiwać, zgodnie z ustaleniami Mankiwa, Romera i Weila, że elastyczność produktu względem kapitału ( $\alpha$ ), określająca zarazem udział kapitału w wytworzonym produkcie, jest bliższa 1 niż 1/3, a wówczas maksimum produktu pozostającego do dyspozycji czynników wytwórczych (kapitału i pracy) znajduje się przy wyższych wartościach proporcji związanej ze stosunkiem liczby emerytów (rentierów) do liczby osób czynnych zawodowo.

Dostrzeganie i wspieranie wszystkiego, co prowadzi do zwiększenia kapitału niematerialnego w gospodarce, wychodzi naprzeciw optymizmowi, zawartemu w pracy Stephena Blaha odnośnie do perspektyw rozwojowych współczesnej cywilizacji w warunkach starzenia się ludzkich społeczeństw przy równoczesnym szybkim rozwoju medycyny i wydłużaniu się przeciętnego życia człowieka w całej populacji [Blaha 2002, s. 230–242]. Wskazany autor postrzega dość pozytywnie dalszy rozwój cywilizacyjny ludzkości w warunkach przesuwania się w górę średniego wieku populacji i wydłużania się życia człowieka. Używając bardziej zakorzenionej w naukach społecznych terminologii, możemy powiedzieć, że optymizm ten wypływa z dostrzeżenia możliwości stałego wzrostu i zachowania na wysokim poziomie w naszych społecznościach takich zasobów jak „kapitał ludzki” i „kapitał społeczny”, czyli – zgodnie z ogólną terminologią Banku Światowego – chodzi o możliwość stałego wzrostu i zachowania na wysokim poziomie kapitału niematerialnego.

## Bibliografia

- Barro R.J., [1991], *Economic Growth in a Cross Section of Countries*, „Quarterly Journal of Economics” No. 106, May, s. 407–443.
- Blaha S., [2002], *The Rhythms of History: A Universal Theory of Civilization*, New Hampshire.
- Chrzonstowski A., [2013], *Efekt Laffera w ubezpieczeniach emerytalnych*, „Gospodarka Narodowa” nr 4, s. 109–130.
- Dykas P., Sulima A., Tokarski T., [2008], *Złote reguły akumulacji w N-kapitałowym modelu wzrostu gospodarczego*, „Gospodarka Narodowa” nr 11–12, s. 48–75.
- Góra M., [2003a], *Inne spojrzenie na podstawowe zagadnienia ekonomii emerytalnej*, „Ekonomista” nr 4, s. 479–498.

- Góra M., [2003b], *System emerytalny*, Warszawa.
- Grabowiecki J., [2005], *Przyczyny stagnacji gospodarczej Japonii*, „Gospodarka Narodowa” nr 5–6, s. 63–83.
- Hicks J., [1973], *Capital and time: A neo-Austrian Theory*, Oxford University Press, London.
- Laffer A.B., [2004], *The Laffer Curie: Past, Present, and Future*, June 1, [www.heritage.org/Research/Taxes/bg1765.cfm](http://www.heritage.org/Research/Taxes/bg1765.cfm).
- Liberda B., Tokarski T., [2004], *Kapitał ludzki a wzrost gospodarczy w krajach OECD*, „Gospodarka Narodowa” nr 3, s. 16–27.
- Lucas R.E. Jr., [1988], *On the Mechanics of Economic Development*, „Journal of Monetary Economics”, t. 22 (July), s. 3–42.
- Mankiw N.G., Romer D., Weil D.N., [1992], *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, „Quarterly Journal of Economics” t. 107 (May), s. 407–437.
- Nonneman W., Vanhoudt P., [1996], *A Further Augmentation of the Solow Model and the Empirics of Economic Growth for OECD Countries*, „The Quarterly Journal of Economics” No. 1111, s. 943–953.
- Próchniak M., [2006], *Czynniki wzrostu gospodarczego – wnioski z badań empirycznych*, „Ekonomista” nr 3, s. 311–339.
- Tokarski T., [2007], *Optymalne stopy inwestycji w N-kapitałowym modelu wzrostu gospodarczego*, „Gospodarka Narodowa” nr 9.
- Quah D.T., [1995], *Empirics for Economic Growth and Convergence*, „Center for Economic Performance Discussion Paper” No. 253, July.
- Romer D., [2000], *Makroekonomia dla zaawansowanych*, tłum. A. Szeworski, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa.
- Solow R.M., [1956], *Contribution to the Theory of Economic Growth*, „Quarterly Journal of Economics” Vol. 70, s. 65–94.
- Solow R.M., [1957], *Technical Change and the Aggregate Production Function*, „Review of Economics and Statistics” t. 39, s. 312–320.
- Swan T.W., [1956], *Economic growth and capital accumulation*, „The Economic Record” 32, s. 334–361.
- Welfe W., [2000], *Empiryczne modele wzrostu gospodarczego*, „Ekonomista” nr 4, s. 483–497.
- Whiteley P.F., [2000], *Economic Growth and Social Capital*, „Political Studies” Vol. 48, Issue 3, s. 443–466, Political Studies Association.
- World Bank, [2006], *Where is the Wealth of Nations? Measuring Capital for the 21<sup>st</sup> Century*, <http://siteresources.worldbank.org/INTEEI/2145781110886258964/20748034/All.pdf>.

---

## THE LAFFER EFFECT IN OECD COUNTRIES: PENSION SYSTEM IMPACT

### Summary

The article is concerned with the so-called Laffer effect – an effect involving the relationship between possible rates of taxation and the resulting levels of government revenue – in countries that are members of the Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). The author sets out to designate a maximum of the Laffer curve – a visual representation of the Laffer effect – in the economies of individual OECD countries with institutional pension schemes. To this end, Chrzonstowski uses a mathematical model he developed earlier. The model theoretically predicts the possibility of an effect associated with the Laffer curve in an economy with an institutional pension scheme.

The research involved a three-stage analysis with the use of available statistical data on OECD countries and a World Bank database. In the first and second stages of the study, only 16 of 34 OECD economies examined by the author met the criteria of the model for 2001-2010. However, calculations based on the available statistics confirmed the model's predictions, Chrzonstowski says.

The author concludes that the Laffer curve can rise to a maximum for any OECD economy. The maximum can range from 0 to 1, depending on the ratio of pensioners to the working population and on the output elasticity of capital in an economy.

**Keywords:** pension system, pay-as-you-go (PAYG) system, funded pension system, Laffer effect/curve, OECD countries

**JEL classification codes:** C52, E65, H55, J19, O17

---