

---

Zbigniew KUCHTA\*

## Sztywność płac nominalnych w modelach DSGE małej skali. Analiza empiryczna dla Polski<sup>1</sup>

---

**Streszczenie:** Celem pracy jest empiryczna weryfikacja założenia o istnieniu sztywności płac nominalnych w modelach DSGE, estymowanych dla gospodarki polskiej. Weryfikacja ta została dokonana dzięki bayesowskiemu porównaniu modelu lepkich cen z modelem lepkich cen i płac, a także z ich rozszerzeniami na przypadek indeksacji.

Podstawę porównania stanowiły kwartalne dane z lat 1995–2011, na podstawie których oszacowano każdy z analizowanych modeli. Następnie, dla każdego z nich obliczono gęstość brzegową oraz odniesiono je do siebie uzyskując czynnik Bayesa.

Uzyskane wyniki dowodzą, że model lepkich płac i cen charakteryzuje się najlepszym dopasowaniem do analizowanej próby. Założenie indeksacji nie wpływało istotnie na dopasowanie modelu do danych zarówno w przypadku modelu o doskonale elastycznych, jak i lepkich płacach nominalnych. Ponadto porównanie funkcji reakcji na impuls pokazało, że model o lepkich cenach i płacach nominalnych implikuje inne, niż model lepkich cen, funkcje reakcji na impuls. Jednocześnie otrzymane oszacowania parametrów były w znacznym stopniu determinowane przez założenie sztywności nominalnej płac.

**Słowa kluczowe:** sztywności nominalne cen i płac, dynamiczne modele równowagi ogólnej, bayesowskie porównywanie modeli, indeksacja cen i płac

**Kody JEL:** J30, E30, E32, C52

---

Artykuł nadesłany 16 czerwca 2014 r., zaakceptowany 5 listopada 2014 r.

---

---

\* Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Instytut Ekonomii, Katedra Funkcjonowania Gospodarki, e-mail: zbyszek.kuchta@gmail.com

<sup>1</sup> Autor składa podziękowania prof. dr. hab. M. Mackiewiczowi z Uniwersytetu Łódzkiego, Katedry Funkcjonowania Gospodarki, dr. P. Baranowskiemu z Uniwersytetu Łódzkiego, Katedry Ekonometrii oraz dr. A. Kacprzykowi z Uniwersytetu Łódzkiego, Katedry Mikroekonomii za cenne uwagi zgłoszone do wstępnej wersji opracowania, a także dr. P. Baranowskiemu i mgr K. Piłat z Uniwersytetu Łódzkiego, Katedry Funkcjonowania Gospodarki, za cenne uwagi oraz udostępnienie części danych statystycznych wykorzystanych w badaniu. Praca powstała w ramach projektu badawczego „Optymalna polityka pieniężna w neokenesistowskim modelu monetarnym. Przypadek gospodarki polskiej”, finansowanego ze środków Dziekana Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego UŁ, przeznaczonych na rozwój młodych naukowców.

## Wstęp

Dynamiczne stochastyczne modele równowagi ogólnej (DSGE) stanowią coraz częściej narzędzie wykorzystywane w analizach gospodarki polskiej. Większość współcześnie konstruowanych modeli DSGE opiera swoją konstrukcję na charakterystycznych dla podejścia keynesistowskiego założeniach występowania w gospodarce sztywności nominalnych, które mogą dotyczyć zarówno cen dóbr, jak i cen czynników produkcji. Wprowadzenie do modelu tego założenia implikuje, że z jednej strony polityka monetarna, na skutek kształtowania nominalnej stopy procentowej, oddziałuje na fluktuacje produktu realnego, z drugiej zaś obserwowane są krótkookresowe odchylenia produktu rzeczywistego od jego poziomu naturalnego, który zostałby uzyskany przy doskonale elastycznych cenach i płacach (por. Goodfriend, King [1997], Gali [2008, s. 4–9]).

Dotychczasowy rozwój modeli DSGE spowodował, że w literaturze przedmiotu występuje wiele modeli uwzględniających w swojej strukturze założenia dotyczące sztywności nominalnych. Najczęściej wykorzystywanym sposobem ich wprowadzenia jest mechanizm Calvo [1983]<sup>2</sup>. Wprowadzenie sztywności nominalnej Calvo dla cen skutkuje uzyskaniem nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa (NKPC), która rozszerza zależność pomiędzy inflacją, a dynamiką realnej aktywności, mierzonej za pomocą luki produkcyjnej lub realnego kosztu krańcowego, o element oczekiwań inflacyjnych [Clarida, Gali, Gertler, 1999, s. 1665–1667]. Pierwotna NKPC napotykała jednak trudność w objaśnieniu obserwowanej w danych permanentności inflacji. Aby dopasować model do tej cechy danych, sztywność nominalna Calvo została rozwinięta o mechanizm indeksacji [Gali, Gertler, 1999]. W efekcie uzyskano hybrydową krzywą Phillipsa (NHPC), w której dotychczasową specyfikację NKPC rozszerzono o jednookresowe opóźnienie inflacji.

Wprowadzenie sztywności nominalnych do modelu DSGE dotyczyło nie tylko cen dóbr, lecz również cen czynników produkcji. Erceg, Henderson i Levin wykorzystali mechanizm Calvo do wprowadzenia lepkich płac nominalnych [Erceg, Henderson, Levin, 2000]. Odejście od wcześniej przyjmowanego założenia doskonale elastycznych płac spowodowało uzyskanie nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa dla płac (NWPC). Rozszerzenie modelu o założenie lepkich płac nominalnych miało wpływ nie tylko na mechanizm propagacji szoków, lecz również na wnioski, jakie mogą zostać wysnute z modelu dla polityki makroekonomicznej<sup>3</sup>. Podobnie jak w przypadku cen, sztywność nominalna płac typu Calvo może zostać rozwinięta na przypadek indeksacji, co jest charakterystyczne dla modeli DSGE średniej skali (por. Smets, Wouters [2003]).

<sup>2</sup> W literaturze przedmiotu występuje kilka alternatywnych sposobów wprowadzenia do modelu DSGE sztywności nominalnych. Wśród najczęściej spotykanych można wyróżnić: mechanizm Taylora [1980] z ustalonym okresem trwania ceny, mechanizm kosztów menu [Rotemberg, 1982] oraz mechanizm endogenicznego wyboru cen uwarunkowanego przez stan gospodarki (*state-dependent pricing*) [Dotsey, King, Wolman, 1999].

<sup>3</sup> Na przykład Erceg, Henderson i Levin udowodnili, że wprowadzenie do modelu DSGE lepkich płac zmienia charakter optymalnej polityki pieniężnej [Erceg, Henderson, Levin, 2000], natomiast Krajewski pokazał wpływ sztywności płac nominalnych na wielkość mnożników fiskalnych w gospodarce Polski [Krajewski, 2014].

Celem pracy jest empiryczna weryfikacja założenia o istnieniu sztywności płac nominalnych w modelach DSGE, estymowanych dla gospodarki polskiej. Weryfikacja ta zostanie dokonana dzięki oszacowaniu, a następnie bayesowskiemu porównaniu modelu DSGE małej skali<sup>4</sup> uwzględniającego sztywność nominalną Calvo dla płac, z modelem pomijającym to założenie. Dodatkowo analizie zostanie poddana zasadność wprowadzenia do modelu mechanizmu indeksacji cen oraz płac. Stąd w porównaniu uwzględnione zostaną rozszerzenia tych modeli na przypadek indeksacji.

Praca nie jest pierwszą próbą zastosowania podejścia bayesowskiego do określenia znaczenia sztywności płac nominalnych w modelach DSGE. Na przykład Rabanal i Rubio-Ramirez oszacowali model DSGE małej skali dla gospodarki amerykańskiej [Rabanal, Rubio-Ramirez, 2005]. Uzyskane przez nich wyniki sugerują, że modele uwzględniające lepkie płace nominalne charakteryzują się lepszym dopasowaniem do danych, niż modele, w których założenie to pominięto. Ponadto indeksacja cen została oceniona jako istotny element modeli o doskonale elastycznych płacach, natomiast indeksacja płac nie poprawiała dopasowania do danych. Znaczenie założenia sztywności nominalnej płac w przypadku gospodarki amerykańskiej zostało również potwierdzone przez Smetsa i Woutersa, którzy oszacowali model DSGE średniej skali [Smets, Wouters, 2007]. Uzyskane przez nich wyniki estymacji wskazują jednak na niewielkie znaczenie empiryczne indeksacji cen oraz płac. Empiryczne znaczenie sztywności nominalnej płac zostało również potwierdzone w przypadku strefy euro. Ocena indeksacji płac i cen nie jest natomiast jednoznaczna (por. Rabanal, Rubio-Ramirez [2008], Adolfson, Laseen, Linde i Villani, [2007]). Jak dotąd, brak jest jednak prac oceniających empiryczne znaczenie sztywności płac nominalnych oraz indeksacji w warunkach gospodarki polskiej.

Struktura opracowania jest następująca. W części pierwszej zaprezentowano nowokeynesistowski model DSGE małej skali autorstwa Ercega, Hendersona i Levina, który rozszerzono na przypadek częściowej dynamicznej indeksacji cen i płac<sup>5</sup> [Erceg, Henderson, Levin, 2000]. Model ten stanowił podstawę uzyskania pozostałych, analizowanych w pracy, modeli: a) modelu lepkich cen, w którym przyjęto założenie o doskonale elastycznych płacach, b) jego rozszerzenia na przypadek indeksacji, tj. modelu lepkich cen z indeksacją, a także c) modelu lepkich cen i płac, w którym założenie indeksacji cen oraz płac zostało pominięte. Sposób uzyskania tych modeli został omówiony w części drugiej. W części trzeciej przedstawiono metodę bayesowskiej estymacji oraz porównania modeli DSGE. W części czwartej omówiono wykorzystane w badaniu dane statystyczne oraz sposób ich transformacji do postaci zgodnej z modelami teoretycznymi. Uzyskane wyniki estymacji poszczególnych modeli oraz ich porównania zostały zaprezentowane w części piątej. W części tej omówiono również mechanizm transmisji szoku technologicznego oraz szoku w polityce pieniężnej w najprostszym modelu lepkich cen oraz modelu

<sup>4</sup> W pracy przez model DSGE małej skali rozumie się model gospodarki zamkniętej, w którym występuje jedynie jednoczynnikowa funkcja produkcji oparta na nakładach pracy.

<sup>5</sup> Model ten będzie w dalszej części pracy określany jako model lepkich cen i płac z indeksacją.

uznanym za najlepszy, przy przyjętym kryterium porównania. Przeprowadzone porównanie reakcji na impuls pozwoli określić różnice w mechanizmie propagacji zaburzeń, jakie mogą występować pomiędzy poszczególnymi modelami. Całość pracy zwięźczy podsumowanie zawierające najważniejsze wnioski z przeprowadzonego badania.

### Model teoretyczny

W rozważanym modelu zakłada się, że produkt finalny ( $Y_t$ ) wytwarzany jest przez doskonale konkurencyjnego producenta, zgodnie z funkcją produkcji Dixita i Stiglitz'a o stałej elastyczności substytucji czynników produkcji postaci [Dixit, Stiglitz, 1977]:

$$Y_t = \left[ \int_0^1 (Y_t^j)^{-\frac{1}{1+\tau_p}} dj \right]^{1+\tau_p}, \quad (1)$$

który wykorzystuje jako nakłady heterogeniczne i niedoskonale substytucyjne produkty przedsiębiorstw pośrednich  $Y_t^j$ <sup>6</sup>, gdzie:  $\tau_p > 0$  jest parametrem określającym elastyczność substytucji pomiędzy poszczególnymi dobrami<sup>7</sup>. Producent dobra finalnego dążąc do maksymalizacji zysku, zgłasza popyt na  $j$ -te dobro pośrednie na poziomie:

$$Y_t^j = \left( \frac{P_t^j}{P_t} \right)^{-\frac{1+\tau_p}{\tau_p}} Y_t, \quad (2)$$

gdzie: agregatowy poziom cen ( $P_t$ ) jest wyrażony przez<sup>8</sup>:

$$P_t = \left[ \int_0^1 (P_t^j)^{-\frac{1}{\tau_p}} dj \right]^{-\tau_p}. \quad (3)$$

Dobro pośrednie wytwarzane jest jedynie przy wykorzystaniu nakładów pracy  $L_t^j$  zgodnie z funkcją produkcji o stałych efektach skali postaci:

$$Y_t^j = \varepsilon_t^a L_t^j \quad (4)$$

<sup>6</sup> Zakłada się, że występuje kontinuum przedsiębiorstw pośrednich, indeksowanych przez  $j \in [0;1]$ , z których każde produkuje specyficzny dla siebie  $j$ -ty rodzaj dobra.

<sup>7</sup> Elastyczność substytucji zdefiniowana jest przez  $\sigma = \frac{1+\tau_p}{\tau_p}$ . Jak zostanie pokazane w dalszej części pracy, parametr  $\tau_p$  będzie określał wielkość marży niedoskonale konkurencyjnego producenta dóbr pośrednich i stąd, będzie dalej interpretowany jako wielkość marży tego przedsiębiorstwa.

<sup>8</sup> Zależność ta może zostać wyprowadzona dzięki wykorzystaniu warunku zerowego zysku producenta dóbr finalnych.

gdzie:  $\varepsilon_t^a$  jest taką samą dla każdego producenta dóbr pośrednich produktywnością pracy (technologią), której logarytm podąży zgodnie ze stacjonarnym procesem AR(1) postaci:

$$\ln \varepsilon_t^a = \rho_a \ln \varepsilon_{t-1}^a + \eta_t^a; \quad \eta_t^a \sim iid N(0; \sigma_a^2) \quad (5)$$

gdzie:  $\rho_a \in (0;1)$  jest parametrem autoregresji. Zakłada się, że poszczególne przedsiębiorstwa nie mają możliwości gromadzenia zapasów.

Producent dobra pośredniego dąży do maksymalizacji zysku i charakteryzuje się niezależnym od wielkości produkcji realnym kosztem krańcowym<sup>9</sup>, określonym przez:

$$RMC_t^j = \frac{w_t}{\varepsilon_t^a} \quad (6)$$

gdzie:  $w_t$  jest realną stawką płac. Zróżnicowanie poszczególnych dóbr pośrednich powoduje, że każdy producent dobra pośredniego napotyka na rynku dóbr malejącą funkcję popytu (2), co pozwala mu wpływać na cenę, po której sprzedawany jest jego produkt. W modelu zakłada się, że mechanizm ustalania cen dobra pośredniego podlega schematowi Calvo z częściową dynamiczną indeksacją [Smets, Wouters, 2003]. Mechanizm ten zakłada, że w każdym okresie optymalny wybór ceny może dotyczyć jedynie części dóbr pośrednich,  $1 - \theta_p \in (0;1)$ , ceny pozostałych dóbr pośrednich są indeksowane zgodnie z częścią zrealizowanej w okresie poprzednim stopy inflacji. Stąd ogólny poziom cen ewoluuje zgodnie z:

$$P_t = \left[ (1 - \theta_p) (P_t^*)^{-\frac{1}{\tau_p}} + \theta_p (\pi_{t-1}^{\gamma_p} P_{t-1})^{-\frac{1}{\tau_p}} \right]^{-\tau_p} \quad (7)$$

gdzie:  $\gamma_p \in [0;1]$  jest parametrem częściowej indeksacji cen<sup>10</sup>,  $\theta_p \in (0;1)$  jest parametrem sztywności nominalnej cen, natomiast  $\pi_t$  jest stopą inflacji, a  $P_t^*$  wyraża optymalny poziom ceny dobra pośredniego<sup>11</sup>, który jest wybierany w taki sposób, aby maksymalizować zdyskontowany strumień zysków, jaki producent dobra spodziewa się osiągnąć w „czasie trwania” ceny:

<sup>9</sup> Niezależność kosztu krańcowego wynika z faktu, że funkcja produkcji charakteryzuje się stałymi efektami skali, a także nie występują koszty stałe. Założenia te powodują, że realny koszt całkowity można wyrazić jako:  $RTC_t^j = RMC_t^j Y_t^j$ .

<sup>10</sup> Dla  $\gamma_p = 0$  cena nieoptymalizowana nie ulega zmianie, natomiast dla  $\gamma_p = 1$  cena nie wybierana jako optymalna jest w pełni indeksowana.

<sup>11</sup> Wybór optymalnej ceny jest uwarunkowany przez wielkość realnego kosztu krańcowego (6). Niezależność płacy realnej od decyzji produkcyjnej przedsiębiorstwa wraz z taką samą funkcją popytu na każde dobro pozwala stwierdzić, że każde przedsiębiorstwo pośrednie, które uzyska możliwość wyboru optymalnej ceny, wybierze ją na takim samym poziomie. Pozwala to na uproszczenie prezentacji modelu przez pominięcie w notacji matematycznej indeksu  $j$ .

$$\sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta \theta_p)^\tau E_t \left\{ \frac{\lambda_{t+\tau}}{\lambda_t} \left( \prod_{s=1}^{\tau} \pi_{t+s-1}^{\gamma_p} \frac{P_t^*}{P_{t+\tau}} Y_{t+\tau} - RTC_{t+\tau}(Y) \right) \right\} \quad (8)$$

przy ograniczeniu wynikającym z popytu na dane dobro (2), gdzie:  $\beta^\tau \frac{\lambda_{t+\tau}}{\lambda_t}$  jest krańcową stopą substytucji konsumpcji pomiędzy okresem  $t + \tau$ , a okresem  $t$ , a  $RTC_t(Y)$  reprezentuje koszt całkowity produkcji, co do którego zakłada się, że jest zależny od ilości wytworzonych dóbr ( $Y_t$ ), natomiast  $E_t$  jest operatorem racjonalnych oczekiwań<sup>12</sup>.

W rozważanym modelu zakłada się, że występuje continuum gospodarstw domowych indeksowanych przez  $i \in [0;1]$ . Gospodarstwo domowe czerpie użyteczność z konsumpcji ( $C_t^i$ ) oraz specyficznych dla siebie usług pracy ( $L_t^i$ ), dążąc do maksymalizacji w okresie  $t$  funkcji użyteczności postaci:

$$\sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^\tau E_t \left\{ \varepsilon_{t+\tau}^b \left[ \frac{(C_{t+\tau}^i)^{1-\delta_c}}{1-\delta_c} - \varepsilon_{t+\tau}^l \frac{(L_{t+\tau}^i)^{1+\delta_l}}{1+\delta_l} \right] \right\} \quad (9)$$

gdzie:  $\beta \in (0;1)$  jest czynnikiem dyskontującym, a  $\delta_c > 0$  oraz  $\delta_l > 0$  są odpowiednio: parametrem relatywnej awersji do ryzyka oraz odwrotnością elastyczności podaży pracy. Na użyteczność gospodarstwa domowego wpływają ponadto dwa, identyczne względem poszczególnych gospodarstw, szoki: w preferencjach  $\varepsilon_t^b$  oraz w podaży pracy  $\varepsilon_t^l$ , co do których zakłada się, że ich logarytmy podążają zgodnie ze stacjonarnymi procesami AR(1) postaci:

$$\ln \varepsilon_t^b = \rho_b \ln \varepsilon_{t-1}^b + \eta_t^b; \quad \eta_t^b \sim iid N(0; \sigma_b^2) \quad (10)$$

$$\ln \varepsilon_t^l = \rho_l \ln \varepsilon_{t-1}^l + \eta_t^l; \quad \eta_t^l \sim iid N(0; \sigma_l^2) \quad (11)$$

gdzie:  $\rho_b \in (0;1)$  i  $\rho_l \in (0;1)$  są parametrami autoregresji. Podobnie jak w przypadku przedsiębiorstw pośrednich zakłada się, że poszczególne, zróżnicowane rodzaje usług pracy są względem siebie niedoskonale substytucyjne.

Gospodarstwo domowe posiada dostęp do rynku pozbawionych ryzyka jednookresowych obligacji, których cena jest uzależniona od instrumentu polityki pieniężnej oraz do kompletnego systemu ubezpieczeń wzajemnych, który umożliwia zabezpieczenie pojedynczego gospodarstwa domowego przez idiosynkratycznym ryzykiem związanym z mechanizmem ustalania się zróżnicowanych płac [Christiano, Eichenbaum, Evans, 2001, s. 15–17; Erceg, Henderson, Levin, 2000, s. 287–288]. Ponadto gospodarstwo domowe uzyskuje dochody ze świadczenia usług pracy ( $w_t^i L_t^i$ ) oraz praw własności w przedsiębiorstwach pośrednich<sup>13</sup> ( $d_t$ ). Stąd międzyokresowe ograniczenie budżetowe gospodarstwa domowego ma postać:

<sup>12</sup> Warunek konieczny wyboru optymalnej ceny został zaprezentowany w dodatku technicznym.

<sup>13</sup> Zakłada się, że każde gospodarstwo domowe posiada taki sam udział w każdym przedsiębiorstwie pośrednim. Stąd wypłaty uzyskiwane z tytułu praw własności są takie same dla każdego gospodarstwa domowego i niezależne od realizacji loterii Calvo dla cen.

$$q_t \frac{B_t^i}{P_t} + C_t^i = \frac{B_{t-1}^i}{P_t} + w_t^i L_t^i + D_t^i + d_t \quad (12)$$

gdzie:  $q_t$  jest ceną obligacji jednookresowych,  $B_t^i$  jest ich ilością zakupionych obligacji w okresie  $t$ ,  $D_t^i$  reprezentuje wypłaty netto z systemu ubezpieczeń wzajemnych, natomiast  $w_t^i$  jest indywidualną dla każdego gospodarstwa domowego stawką płac realnych.

Problem gospodarstwa domowego można rozwiązać dwustopniowo<sup>14</sup>. W pierwszym kroku dąży ono do maksymalizacji funkcji użyteczności (9) przy sekwencji międzyokresowych ograniczeń budżetowych (12), wybierając poziom konsumpcji i ilość obligacji oraz traktując pozostałe wielkości jako dane. Rozwiązaniem powyższego problemu optymalizacji jest równanie Eulera postaci:

$$\varepsilon_t^b (C_t^i)^{-\delta_c} = \beta E_t \left\{ \varepsilon_{t+1}^b (C_{t+1}^i)^{-\delta_c} \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right\} \quad (13)$$

przy spełnieniu warunku transwersalności:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t \varepsilon_t^b (C_t^i)^{-\delta_c} B_t^i = 0 \quad (14)$$

gdzie:  $R_t = \frac{1}{q_t}$  jest nominalną, krótkookresową stopą procentową.

W drugim kroku gospodarstwo domowe wybiera poziom optymalnej płacy nominalnej, przy czym wybór ten odbywa się zgodnie ze schematem Calvo z częściową dynamiczną indeksacją. Mechanizm Calvo implikuje, że w każdym okresie jedynie stała w czasie część,  $1 - \theta_w \in (0; 1)$ , gospodarstw domowych może w danym okresie wybrać płacę nominalną optymalnie. Płace pozostałych gospodarstw domowych są indeksowane zgodnie z częścią zrealizowanej w okresie poprzednim inflacji. Podobnie jak w przypadku dóbr pośrednich, mechanizm Calvo implikuje, że nominalna stawka płac ( $W_t$ ) ewoluuje zgodnie z:

$$W_t = \left[ \theta_w (\pi_{t-1}^{\gamma_w} W_{t-1})^{-\frac{1}{\tau_w}} + (1 - \theta_w) (W_t^*)^{-\frac{1}{\tau_w}} \right]^{-\tau_w} \quad (15)$$

gdzie:  $\gamma_w \in [0; 1]$  jest parametrem częściowej indeksacji płac<sup>15</sup>,  $\theta_w \in (0; 1)$  jest parametrem sztywności nominalnej płac,  $\tau_w > 0$  jest marżą gospodarstwa domowego, natomiast  $W_t^*$  jest optymalną, nominalną stawką płac, która jest wybierana w taki sposób, aby zmaksymalizować<sup>16</sup>:

<sup>14</sup> Należy podkreślić, że w modelu występuje jeden problem gospodarstwa domowego, który jest jedynie rozwiązywany dwustopniowo. Możliwość dwustopniowego rozwiązywania problemu gospodarstwa domowego wynika z jego addytywnej separowalności.

<sup>15</sup> Dla  $\gamma_w = 0$  płaca nieoptymalizowana nie ulega zmianie, natomiast dla  $\gamma_w = 1$  płaca nie wybierana jako optymalna jest w pełni indeksowana.

<sup>16</sup> Warunek konieczny dla problemu wyboru optymalnej, nominalnej stawki płac został przedstawiony w dodatku technicznym.

$$\max_{W_t^i} \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \theta_w)^s E_t \left\{ \varepsilon_{t+s}^b \left[ \frac{(C_{t+\tau}^i)^{1-\delta_c}}{1-\delta_c} - \varepsilon_{t+\tau}^l \frac{(L_{t+\tau}^i)^{1+\delta_l}}{1+\delta_l} \right] \right\} \quad (16)$$

przy ograniczeniach budżetowych:

$$q_{t+s} \frac{B_{t+s}^i}{P_{t+s}} + C_{t+s}^i = \frac{B_{t+s-1}^i}{P_{t+s}} + \prod_{k=1}^s \frac{\pi_{t+k}^{\gamma_w} W_t^i}{\pi_{t+k}^{\gamma_l} P_t} L_{t+s}^i + D_{t+s}^i + d_{t+s} \quad (17)$$

oraz ograniczeniach popytu na pracę zgłaszanego przez doskonale konkurencyjną agencję pracy<sup>17</sup> postaci:

$$L_{t+s}^i = \left( \frac{\prod_{k=1}^s \frac{\pi_{t+k-1}^{\gamma_w} W_t^i}{\pi_{t+k}^{\gamma_l} P_t}}{\frac{W_{t+s}}{P_{t+s}}} \right)^{\frac{1+\tau_w}{\tau_w}} L_{t+s} \quad (18)$$

gdzie:  $L_t = \left[ \int_0^1 (L_t^i)^{\frac{1}{1+\tau_w}} di \right]^{1+\tau_w}$  jest agregatową podażą pracy, a  $W_t = \left[ \int_0^1 (W_t^i)^{-\frac{1}{\tau_w}} di \right]^{-\tau_w}$

jest indeksem nominalnej stawki płac<sup>18</sup>.

Wykorzystanie warunków równości popytu i podaży na rynku dóbr pośrednich oraz na rynku pracy pozwala na uzyskanie zagregowanej funkcji produkcji postaci:

$$Y_t = \frac{1}{\Delta_p \Delta_w} \varepsilon_t^a L_t \quad (19)$$

<sup>17</sup> Problem agencji rynku pracy jest analogiczny do problemu przedsiębiorstwa produkującego dobra finalne, tj. agencja pracy dążąc do maksymalizacji zysku agreguje heterogeniczne usługi pracy korzystając z technologii Dixita i Stiglitz'a analogicznej do (1), a następnie zagregowane usługi pracy wynajmuje przedsiębiorstwom pośrednim, działając na doskonale konkurencyjnym rynku pracy [Schmitt-Grohe, Uribe, 2005].

<sup>18</sup> Wprowadzenie do modelu kompletnego rynku ubezpieczeń powoduje, że gospodarstwa domowe osiągają taki sam dochód z pracy bez względu na to, czy w danym okresie mogą wybrać optymalną stawkę płac. Ponadto każde gospodarstwo domowe napotyka na taką samą funkcję popytu na pracę, a wszystkie zaburzenia egzogeniczne są identyczne względem gospodarstw domowych. Stąd, przy identycznym początkowym zasobie obligacji, wszystkie gospodarstwa domowe dokonują takich samych wyborów. Zatem uzasadnione jest rozpatrywanie w dalszej części pracy równowagi symetrycznej, określonej przez następujący zestaw warunków:

$$C_t^i = C_t, \quad (W_t^i)^* = W_t^*, \quad B_t^i = B_t, \quad \lambda_t^i = \lambda_t, \quad \forall i \in [0;1].$$

Zmienne nieposiadające subskrypty  $i$  oraz  $j$  będą interpretowane jako zmienne w ujęciu per capita.



gdzie:  $\Delta_t^p \equiv \int_0^1 \left( \frac{P_t^j}{P_t} \right)^{\frac{1+\tau_p}{\tau_p}} dj \geq 1$  oraz  $\Delta_t^w \equiv \int_0^1 \left( \frac{W_t^i}{W_t} \right)^{\frac{1+\tau_w}{\tau_w}} di \geq 1$  są miarami dyspersji

odpowiednio cen i płac w gospodarce, obrazującymi stratę wynikającą ze zróżnicowania cen produktów pośrednich oraz cen usług pracy pomiędzy poszczególnymi podmiotami (por. Yun [1996, s. 355], Christiano, Trabandt, Walentin [2010, s. 11–12])<sup>19</sup>. Warunek równości popytu i podaży na rynku dobra finalnego implikuje, że:

$$Y_t = C_t. \quad (20)$$

W rozważanym modelu jedynym podmiotem polityki makroekonomicznej jest bank centralny, który kształtuje poziom krótkookresowej nominalnej stopy procentowej zgodnie z regułą Taylora, uwzględniającą mechanizm wygładzania stóp procentowych postaci [Taylor, 1993]:

$$\frac{R_t}{R} = \left( \frac{R_{t-1}}{R} \right)^{\rho_R} \left[ \left( \frac{\pi_t}{\pi} \right)^{\phi_\pi} \left( \frac{Y_t}{Y} \right)^{\phi_Y} \right]^{(1-\rho_R)} \exp(\eta_t^R); \quad \eta_t^R \sim iid N(0; \sigma_R^2) \quad (21)$$

gdzie: zmienne pozbawione subskrypty  $t$  oznaczają ich wartości w stanie ustalonym, natomiast  $\rho \in (0;1)$  jest parametrem wygładzania, a  $\phi_\pi \geq 1$  i  $\phi_Y \geq 0$  są parametrami reakcji banku centralnego na odchylenie odpowiednio: inflacji od wartości długookresowej oraz produktu od wartości długookresowej (luki popytowej).

### Porównywane modele

Konstrukcja, zaprezentowanego w poprzedniej części pracy, modelu powoduje, że modele: lepkich cen, lepkich cen z indeksacją oraz lepkich cen i płac mogą zostać wyprowadzone dzięki przyjęciu określonych wartości dla poszczególnych parametrów strukturalnych. W modelu lepkich cen zakłada się istnienie doskonale konkurencyjnego rynku pracy, na którym płaca jest doskonale elastyczna. Założenia te zostaną przyjęte, jeśli dla parametrów: sztywności nominalnej płac ( $\theta_w$ ) i marży gospodarstw domowych ( $\tau_w$ ) zostaną przyjęte wartości zerowe. Jednocześnie w modelu lepkich cen nie występuje indeksacja, co oznacza przyjęcie restrykcji  $\gamma_p = 0$ . Restrykcja ta zostanie uchylona, gdy będzie analizowany model lepkich cen z indeksacją.

Model lepkich cen i płac charakteryzuje się monopolistycznie konkurencyjnym rynkiem pracy, na którym płace są wybierane przez gospodarstwa domowe

<sup>19</sup> Gali prezentuje dowód pokazujący, że miary dyspersji płac i cen są równe zero przy rozważaniu log-liniowej aproksymacji pierwszego stopnia dla modelu nieliniowego [Gali, 2008, s. 62–63]. Stąd, przy prezentacji log-liniowej postaci rozważanych w pracy modeli pominięto te zmienne.

zgodnie z mechanizmem Calvo. Model ten zostanie uzyskany, jeśli dla parametrów częściowej dynamicznej indeksacji cen ( $\gamma_p$ ) i płac ( $\gamma_w$ ) przyjęte zostaną wartości zerowe, estymując jednocześnie parametry sztywności nominalnej cen ( $\theta_p$ ) i płac ( $\theta_w$ ). W najszerszej z analizowanych wersji modelu DSGE – modelu lepkich cen i płac z indeksacją nie są wprowadzane żadne restrykcje.

Otrzymane na podstawie przyjętych restrykcji modele są rozwiązywane stosując log-linearyzację wokół deterministycznego punktu stanu ustalonego<sup>20</sup> [Uhlig, 1995] i w tej formie podlegają estymacji i porównaniu. Metodę bayesowskiej estymacji i porównania alternatywnych modeli DSGE przedstawiono w następnej części pracy.

### Metoda badania

Wśród licznych metod estymacji modeli DSGE<sup>21</sup>, estymacja oparta na technikach bayesowskich staje się coraz popularniejsza. Metoda ta pozwala nie tylko na wprowadzenie wiedzy *a priori* do procesu estymacji<sup>22</sup>, lecz umożliwia także uzyskanie bardziej precyzyjnych ocen parametrów w przypadku estymacji opartej na krótkiej próbie, niż metody wnioskowania klasycznego (por. Fernandez-Villaverde [2010], Fernandez-Villaverde, Rubio-Ramirez [2004]).

Wykorzystane w tej pracy podejście do estymacji modelu DSGE składa się z kilku kroków<sup>23</sup>. W kroku pierwszym, otrzymany na drodze log-linearyzacji model jest rozwiązywany za pomocą metody perturbacji, stosując aproksymację pierwszego stopnia [Schmitt-Grohe, Uribe, 2004]. W kroku drugim, do uzyskanego rozwiązania modelu dodawane jest równanie pomiaru łączące zmienne konceptualne modelu ze zmiennymi obserwowalnymi. Uzyskany w ten sposób model przestrzeni stanów umożliwia oszacowanie funkcji wiarygodności, dzięki zastosowaniu filtra Kalmana [Dave, DeJong, 2007, s. 80 i nast.]. W kroku następnym, stosując metodę optymalizacji numerycznej wyznaczone jest ekstremum jądra *a posteriori*. W kroku ostatnim, do budowy rozkładów dla szacowanych parametrów wykorzystywany jest algorytm błędzenia losowego Metropolisia [An, Schorfheide, 2007, s. 130–133].

Ważną cechą bayesowskiego podejścia do estymacji modeli DSGE jest możliwość formalnego porównania alternatywnych specyfikacji, opierając się

<sup>20</sup> Log-liniowe aproksymacje równań tworzących każdy z analizowanych modeli zostały przedstawione w dodatku technicznym do pracy.

<sup>21</sup> W literaturze przedmiotu poza podejściem bayesowskim można wyróżnić m.in. estymację parametrów modelu wykorzystującą uogólnioną metodę momentów [Christiano, Eichenbaum, 1992], symulacyjną metodę momentów [Duffie, Singleton, 1993], wnioskowanie pośrednie [Smith, 1993], metodę najwyższej wiarygodności [Altug, 1989].

<sup>22</sup> Właściwość ta wydaje się być szczególnie użyteczna w przypadku estymacji modeli DSGE, w których możliwe wartości parametrów są ograniczone przez założenia modelu.

<sup>23</sup> Szersze omówienie bayesowskiego podejścia do estymacji modelu DSGE można znaleźć w pracach An i Schorfheide [2007], Fernandez-Villaverde [2010], Guerrona-Quintana i Nasona [2012]. Zagadnienie to jest szeroko omawiane również w literaturze polskiej [Grabek, Kłos, Koloch, 2010].

na dopasowaniu do danych empirycznych. Wyniki empirycznego porównania modeli są zgodne nawet w przypadku, gdy rozważane modele są błędnie wyspecyfikowane lub niezagnieżdżone (por. Fernandez-Villaverde, Rubio-Ramirez [2004]). Ponadto oparcie porównania na gęstości brzegowej modelu powoduje, że model uwzględniający większą liczbę estymowanych parametrów nie musi być oceniony jako „lepszy”, względem modelu o mniejszej liczbie parametrów, jeśli parametry te mają niewielkie znaczenie empiryczne [Rabanal, 2007, s. 924–925]. Cecha ta powoduje, że podejście to jest szczególnie przydatne przy empirycznej weryfikacji wprowadzonych założeń, gdyż są one zazwyczaj ściśle powiązane z konkretnymi parametrami modelu.

W pracy, jako podstawę porównania wykorzystuje się iloraz szans *a posteriori* postaci [Fernandez-Villaverde, Rubio-Ramirez, 2004, s. 157–158]:

$$POR_{i,j} = \frac{p(\mathbf{x}_T | \mathcal{M}_i) p(\mathcal{M}_i)}{p(\mathbf{x}_T | \mathcal{M}_j) p(\mathcal{M}_j)} \quad (22)$$

gdzie:  $\frac{p(\mathcal{M}_i)}{p(\mathcal{M}_j)}$  jest ilorazem szans *a priori*, a  $\frac{p(\mathbf{x}_T | \mathcal{M}_i)}{p(\mathbf{x}_T | \mathcal{M}_j)}$  jest czynnikiem

Bayesa, który odnosi gęstość brzegową *i*-tego modelu ( $p(\mathbf{x}_T | \mathcal{M}_i)$ ) do gęstości brzegowej modelu alternatywnego ( $\mathcal{M}_j$ ), przy czym gęstość brzegowa modelu jest określona przez [Smets, Wouters, 2003, s. 1149; Kass, Raftery, 1995, s. 776–775]:

$$p(\mathbf{x}_T | \mathcal{M}_i) = \int_{\omega} p(\omega | \mathcal{M}_i) \mathcal{L}(\mathbf{x}_T | \omega, \mathcal{M}_i) d\omega \quad (23)$$

gdzie:  $p(\omega | \mathcal{M}_i)$  jest rozkładem *a priori* dla wektora parametrów ( $\omega$ ), natomiast  $\mathcal{L}(\mathbf{x}_T | \omega, \mathcal{M}_i)$  jest funkcją wiarygodności. Gęstość ta bierze pod uwagę wszystkie możliwe wartości wektora parametrów i uśrednia przypisaną im wiarygodność, traktując rozkład *a priori* jako wagi. Warto dodać, że gęstość brzegowa modelu DSGE jest bezpośrednio powiązana z gęstością predykcyjną, która odzwierciedla zdolności prognostyczne modelu [Smets, Wouters, 2003, s. 1137–1150; Kass, Raftery, 1995, s. 776–775].

Trudno jest jednoznacznie wskazać motywację sugerującą przypisanie wyższego prawdopodobieństwa *a priori* do któregośkolwiek z porównywanych modeli. Stąd przy wyznaczeniu ilorazu szans *a posteriori* każdy z modeli będzie traktowany jako *ex ante* tak samo prawdopodobny. W takiej sytuacji, iloraz szans *a posteriori* jest równy czynnikowi Bayesa, który będzie prezentowany w dalszej części pracy. Do oceny wyznaczonej statystyki wykorzystane zostaną, zaproponowane przez Jeffreysa, wartości referencyjne, pozwalające określić jak silne „dowody” przemawiające za modelem  $\mathcal{M}_i$ , w porównaniu z modelem  $\mathcal{M}_j$ , występują w próbie. Zgodnie z nimi w pracy przyjmuje się, że wartość

czynnika Bayesa przekraczająca 100 oznacza, iż model  $\mathcal{M}_i$  jest ściśle bardziej „preferowany” przez dane niż model  $\mathcal{M}_j$  [Kass, Raftery, 1995, s. 777].

### Dane statystyczne

Podstawę zarówno estymacji poszczególnych modeli, jak i ich porównania będą stanowić dane kwartalne dla gospodarki polskiej z okresu pomiędzy I kwartałem 1995 r., a IV kwartałem 2011 r. Dotyczyły one: a) produktu krajowego brutto wyrażonego w cenach stałych z 2000 r., b) przeciętnej stawki płac nominalnych urealnionej za pomocą jednopodstawowego indeksu CPI przy podstawie I kwartał 2000 r., c) łańcuchowego indeksu CPI w ujęciu kwartalnym, d) stopy WIBOR 3M, jako miary nominalnej stopy procentowej.

W modelu teoretycznym wszystkie zmienne mają charakter zmiennych stacjonarnych, fluktuujących wokół punktu długookresowej równowagi. W postaci log-liniowej, która podlega estymacji są one ponadto wyrażone jako logarytm odchylenia od stanu ustalonego. Aby uzyskać porównywalność pomiędzy zmiennymi obserwowanymi a zmiennymi teoretycznymi dane statystyczne muszą zostać przekształcone do postaci zgodnej z modelem. Stąd szereg produkcji kolejno: wyrażono w ujęciu per capita, zlogarytmowano oraz odsezonowano wykorzystując metodę Tramo/Seats, po czym wyłączono trend liniowy oraz skorygowano o wartość średnią i wyrażono w procentach. Dane charakteryzujące realną stawkę płac kolejno: zlogarytmowano, odsezonowano procedurą Tramo/Seats oraz wyłączono trend liniowy, a także wyrażono w procentach. Szeregi dotyczące inflacji i nominalnej stopy procentowej kolejno: odsezonowano metodą Tramo/Seats a dla lat 1995–2003 wyłączono trend kwadratowy, natomiast dla lat 2004–2011 skorygowano o średnią<sup>24</sup>. Otrzymane w wyniku przekształceń szeregi są w pełni porównywalne ze zmiennymi teoretycznymi<sup>25</sup>.

### Wyniki

Zaprezentowane w poprzedniej części dane statystyczne zostały wykorzystane do znalezienia rozkładów *a posteriori* dla szacowanych parametrów. Przed estymacją parametrów poszczególnych modeli wyspecyfikowano rozkłady

<sup>24</sup> Motywację dla tych przekształceń stanowiły: występowanie okresu dezinflacji w początkowej części próby oraz kształtowanie się celu inflacyjnego w gospodarce polskiej, który od momentu wprowadzenia, systematycznie obniżał się, aż do początku 2004 r. oraz pominięcie w modelu niezerowego celu inflacyjnego banku centralnego.

<sup>25</sup> Należy podkreślić, że wybór sposobu filtracji danych jest wyborem uznaniowym i może on wpływać na uzyskane oszacowania parametrów (por. Canova, Ferroni [2009], Chiaie [2009]). Stąd prezentowane badanie powtórzono wykorzystując dane, z których tendencję długookresową wyłączono wykorzystując filtr HP. Uzyskane wyniki pokazały, że zmiana sposobu filtracji danych wpływała w niewielkim stopniu na główne wnioski wynikające z badania.

*a priori*<sup>26</sup>, zaprezentowane w tablicy 1<sup>27</sup>. W przypadku parametrów sztywności nominalnej płac i cen oraz parametrów indeksacji wybrano rozkład beta, który ogranicza możliwe oszacowania parametru do przedziału (0; 1), co jest zgodne z restrykcjami wynikającymi z modelu teoretycznego. Wartości oczekiwane oraz odchylenia standardowe zostały natomiast dobrane w taki sposób, aby przypisać relatywnie niewielkie prawdopodobieństwo do wartości skrajnie niskich, implikujących brak sztywności, oraz do wartości skrajnie wysokich. Takie same rozkłady *a priori* zostały przyjęte w przypadku parametrów częściowej dynamicznej indeksacji i parametru wygładzania stopy procentowej w regule Taylora.

Dla parametrów reakcji w regule Taylora przyjęto rozkłady gamma o wartościach oczekiwanych wynoszących odpowiednio: 1,5 w przypadku reakcji na inflację i 0,125 w przypadku reakcji na lukę produkcyjną. Przyjęte wartości oczekiwane są zgodne z pierwotną kalibracją zaproponowaną przez Taylora [1993], natomiast zastosowanie rozkładu gamma jest tożsame z nałożeniem restrykcji na nieujemne wartości tych parametrów. W przypadku wszystkich parametrów charakteryzujących procesy stochastyczne dla szoków strukturalnych przyjęto rozkład równomierny ograniczony przez przedział [0;1], zgodnie z propozycją Rabanala i Rubio-Ramireza [2005]. Wybrane rozkłady można usprawiedliwić brakiem istotnej informacji subiektywnej, co do stopnia uprzedzenia poszczególnych zaburzeń<sup>28</sup>.

Uzyskane wyniki estymacji parametrów strukturalnych każdego z rozważanych modeli zostały zaprezentowane w tablicy 1<sup>29</sup>. W przypadku modelu lepkich cen, uzyskane oszacowania wskazują na niewielki poziom sztywności cen.

---

<sup>26</sup> Przyjęte rozkłady *a priori* dla parametrów strukturalnych są zbliżone do dotychczas stosowanych w bayesowskiej estymacji modeli DSGE. Każdy z modeli został oszacowany przy wykorzystaniu tych samych rozkładów *a priori*.

<sup>27</sup> Wstępne wyniki estymacji ujawniły, że w przypadku wszystkich analizowanych modeli parametry relatywnej awersji do ryzyka ( $\delta_r$ ) i odwrotności elastyczności podaży pracy nie są łącznie identyfikowalne ( $\delta_l$ ). Stąd dla każdego modelu zdecydowano się skalibrować parametr  $\delta_l$  na poziomie zapewniającym wzorcową elastyczność funkcji podaży pracy. Jednocześnie przed estymacją skalibrowano czynnik dyskontujący ( $\beta$ ) na poziomie 0,99, co jest wielkością standardowo wybieraną w literaturze. Implikuje ona, że roczna realna stopa procentowa wynosi 4% w równowadze długookresowej. Kalibracji podlegał też parametr marży gospodarstw domowych ( $\tau_w$ ), którą wybrano na poziomie 10%. Implikuje ona wysoce elastyczny popyt na prace, z elastycznością wynoszącą 11.

<sup>28</sup> Del Negro i Schorfheide pokazali, że wybór rozkładu *a priori* dla parametrów szoków strukturalnych może wpływać na wyniki bayesowskiego porównania modeli [Del Negro, Schorfheide, 2008]. Stąd w badaniu rozważano również alternatywne rozkłady *a priori* dla parametrów procesów stochastycznych, wykorzystując rozkłady beta dla parametrów autoregresji i rozkłady odwrotne gamma dla parametrów odchylen standardowych. Uzyskane wyniki analizy jednak nie odbiegały znacząco od prezentowanych w tej pracy.

<sup>29</sup> Wyniki estymacji uzyskano dzięki zastosowaniu algorytmu ruchu losowego Metropolis, składającego się z dwóch łańcuchów, każdy o długości 400 tys. losowań. Do obliczenia rozkładów *a posteriori* wykorzystano ostatnie 100 tys. losowań. W przypadku każdego z szacowanych modeli analiza graficzna statystyk Brooksa i Gelmana pozwoliła stwierdzić, że uzyskano zbieżność poszczególnych łańcuchów.

Przeciętny okres trwania ceny zawiera się w przedziale od ok. 1,5 kwartału do 2,5 kwartałów, przy czym był on nieznacznie niższy w przypadku modelu lepkich cen rozszerzonego o mechanizm indeksacji. Otrzymane wartości są bliskie oszacowaniom Krajewskiego, które implikują przeciętny okres trwania ceny wynoszący 2 kwartały [Krajewski, 2013, s. 129].

**Tablica 1. Wyniki estymacji modeli DSGE małej skali**

Parametr	Rozkład <i>a priori</i>		Rozkłady <i>a posteriori</i> <sup>a</sup>			
	typ	średnia (odchylenie)	model lepkich cen	model lepkich cen z indeksacją	model lepkich cen i płac	model lepkich cen i płac z indeksacją
$\delta_c$	normalny	1,25 (0,50)	3,37 (2,33; 4,44)	3,13 (2,43; 3,98)	2,71 (1,94; 3,53)	2,42 (1,61; 3,19)
$\theta_p$	beta	0,50 (0,20)	0,46 (0,32; 0,60)	0,38 (0,24; 0,53)	0,86 (0,82; 0,90)	0,87 (0,84; 0,91)
$\gamma_p$	beta	0,50 (0,20)	–	0,41 (0,17; 0,70)	–	0,39 (0,11; 0,64)
$\theta_w$	beta	0,50 (0,20)	–	–	0,61 (0,56; 0,66)	0,61 (0,57; 0,66)
$\gamma_w$	beta	0,50 (0,20)	–	–	–	0,39 (0,11; 0,68)
$\rho$	beta	0,50 (0,20)	0,66 (0,58; 0,75)	0,66 (0,57; 0,74)	0,78 (0,72; 0,83)	0,77 (0,72; 0,83)
$\varphi_\pi$	gamma	1,50 (0,25)	2,13 (1,74; 2,50)	2,16 (1,75; 2,53)	1,47 (1,10; 1,81)	1,46 (1,14; 1,79)
$\varphi_y$	gamma	0,125 (0,05)	0,04 (0,02; 0,07)	0,05 (0,02; 0,07)	0,12 (0,05; 0,18)	0,13 (0,06; 0,19)
$\rho_a$	równomierny	0,50 (0,29)	0,97 (0,95; 1,00)	0,97 (0,94; 1,00)	0,55 (0,35; 0,74)	0,25 (0,00; 0,47)
$\rho_b$	równomierny	0,50 (0,29)	0,81 (0,71; 0,92)	0,77 (0,67; 0,90)	0,82 (0,74; 0,91)	0,82 (0,73; 0,90)
$\rho_l$	równomierny	0,50 (0,29)	0,99 (0,99; 1,00)	0,99 (0,98; 1,00)	0,04 (0,00; 0,09)	0,04 (0,00; 0,09)
$\sigma_a$	równomierny	0,50 (0,29)	0,015 (0,013; 0,017)	0,015 (0,01; 0,02)	0,10 (0,03; 0,17)	0,20 (0,06; 0,32)
$\sigma_l$	równomierny	0,50 (0,29)	0,062 (0,047; 0,076)	0,06 (0,05; 0,07)	0,80 (0,59; 1,00)	0,81 (0,62; 1,00)
$\sigma_b$	równomierny	0,50 (0,29)	0,018 (0,01; 0,03)	0,017 (0,01; 0,2)	0,04 (0,03; 0,06)	0,04 (0,03; 0,05)
$\sigma_r$	równomierny	0,50 (0,29)	0,0035 (0,0027; 0,0042)	0,0035 (0,003; 0,0041)	0,0027 (0,002; 0,003)	0,0027 (0,002; 0,003)

Uwagi: <sup>a</sup> zaprezentowano wartość oczekiwaną rozkładu *a posteriori* oraz w nawiasie 90% przedział ufności.

Źródło: obliczenia własne w programie Dynare 4.3.3.

Wprowadzenie do modelu założenia o sztywności płac nominalnych powoduje znaczny wzrost oszacowań sztywności nominalnej cen. Utrzymane rozkłady *a posteriori* wskazują, że przeciętny okres trwania ceny zawiera się w przedziale od 5,6 kwartałów do ok. 11 kwartałów. Uzyskany przedział jest bliski oszacowaniom Baranowskiego i Szafrąńskiego, których wyniki wskazują na przeciętny okres trwania ceny zawierający się w przedziale od 3,5 do 10 kwartałów [Baranowski, Szafrąński, 2012]. Otrzymane oszacowania sztywności nominalnej cen w przypadku modeli lepkich cen i płac są również bliskie wynikom badań mikroekonomicznych dla gospodarki Polski, które wskazują, że przeciętny okres trwania ceny wynosi ok. 10,9 kwartału, natomiast mediana czasu trwania ceny wynosi 6,9 kwartału [Macias, Makarski, 2013, s. 17].

Otrzymane wyniki estymacji wskazują na relatywnie niewielki poziom sztywności płac nominalnych. Oszacowania rozkładów *a posteriori* pozwalają stwierdzić, że przeciętny okres trwania płacy nominalnej w gospodarce polskiej wynosił od ok. 2,3 do ok. 3 kwartałów. Otrzymane oszacowania były jednocześnie stabilne względem ujęcia w modelu mechanizmu indeksacji, dla którego wartość oczekiwana została oszacowana na poziomie 0,39. Znajdują one również potwierdzenie w dotychczasowych analizach modeli DSGE dla gospodarki polskiej. Na przykład wyniki uzyskane przez Kolasę wskazują na przeciętny okres trwania płacy wynoszący od 2 do 3,5 kwartału [Kolasa, 2009]. Natomiast rezultaty Grabka, Kłosa i Kolocha sugerują przeciętny okres trwania płacy zawarty w przedziale od 2 do 3 kwartałów [Grabek, Kłosa, Koloch, 2010]. Oszacowanie parametru sztywności nominalnej płac znalezione przez Brzozę-Brzezinę i Makarskiego implikuje natomiast przeciętny okres trwania ceny wynoszący jeden rok [Brzoza-Brzezina, Makarski, 2011].

**Tablica 2. Wyniki porównania modeli DSGE małej skali**

	Model lepkich cen	Model lepkich cen z indeksacją	Model lepkich cen i płac	Model lepkich cen i płac z indeksacją
Prawdopodobieństwo <i>a priori</i>	0,25	0,25	0,25	0,25
Logarytm gęstości brzegowej	-342,11	-343,22	-308,08	-309,53
Czynnik Bayesa (model lepkich cen) <sup>a</sup>	1	0,33	$6 \cdot 10^{14}$	$10^{14}$
Czynnik Bayesa (model lepkich cen z indeksacją)	3	1	$2 \cdot 10^{15}$	$4 \cdot 10^{14}$
Czynnik Bayesa (model lepkich cen i płac)	0	0	1	0,23
Czynnik Bayesa (model lepkich cen i płac z indeksacją)	0	0	4	1

Uwagi: <sup>a</sup> w nawiasie podano, który model był traktowany jako model  $\mathcal{M}_j$ . Prezentowane wielkości są przybliżeniami.

Źródło: obliczenia własne.

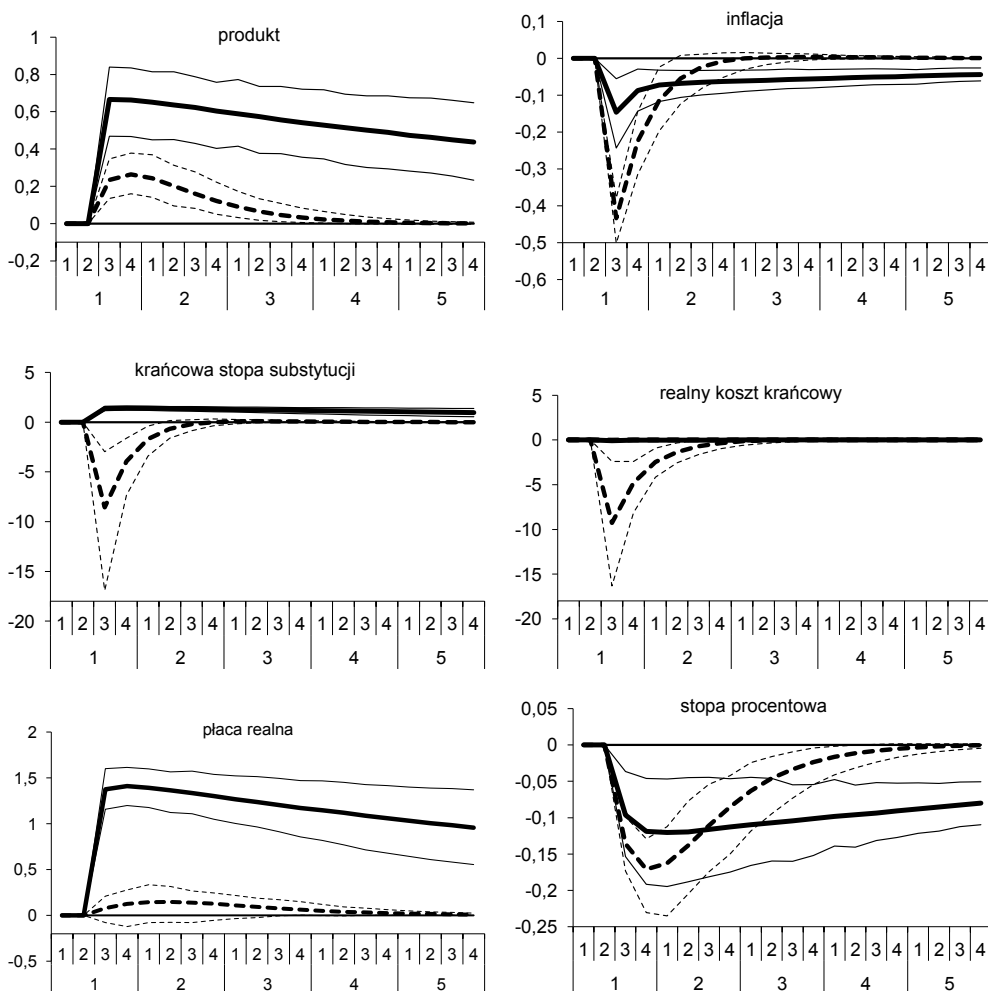
Wprowadzenie do modelu DSGE założenia sztywności płac nominalnych wpływa na oszacowania parametrów reguły Taylora. W modelach lepkich cen i lepkich cen z indeksacją zaobserwowano wyższe oszacowanie parametru reakcji banku centralnego na inflację, niż w przypadku modeli lepkich cen i płac oraz lepkich cen i płac z indeksacją. Zmianie ulegały również oszacowania parametrów reakcji banku centralnego na lukę popytową. Zanotowano także znaczące zmiany oszacowań parametrów autoregresji szoków strukturalnych. W modelu lepkich cen i modelu lepkich cen z indeksacją wszystkie szoki reprezentowane przez proces autoregresji pierwszego rzędu charakteryzują się wysokim stopniem inercji. W przypadku modelu lepkich cen i płac oraz modelu lepkich cen i płac z indeksacją wysoką uporczywością charakteryzuje się jedynie szok w preferencjach gospodarstw domowych, natomiast szok w podaży pracy nie ma charakteru permanentnego.

Otrzymane różnice w oszacowaniach parametrów można uzasadnić następująco. W rozważanych modelach dynamika procesów inflacyjnych jest determinowana przez mikroekonomiczne zachowania przedsiębiorstw, które wybierają cenę opierając się na realnym koszcie krańcowym zależnym od stawki płac. W warunkach doskonale elastycznych płac, dynamika płacy realnej jest określana przez optymalne wybory gospodarstw domowych, dokonywane w każdym okresie, oparte na krańcowej stopie substytucji. Stąd nominalna stawka płac jest natychmiastowo dostosowywana do występujących w gospodarce szoków, co skutkuje doskonałą elastycznością realnej stawki płac. Taka konstrukcja modelu powoduje, że do odzwierciedlenia dynamiki realnej stawki płac konieczne są wysokie oszacowania parametrów autoregresji dla szoków strukturalnych, które wpływają na uporczywość krańcowej stopy substytucji. Ponadto konieczność jednoczesnego objaśnienia dynamiki inflacji i realnej stawki płac wspólnie z wysokimi oszacowaniami parametrów autoregresji może powodować niskie oszacowanie parametru sztywności nominalnej cen, który determinuje zależność pomiędzy inflacją a realną stawką płac.

Rozszerzenie modelu o mechanizm lepkich płac nominalnych zmienia charakter zależności pomiędzy inflacją a realną stawką płac. Gospodarstwa domowe stając przed losowo pojawiającą się barierą zmiany płacy nominalnej są zmuszone uwzględnić w swoim wyborze przyszłą siłę nabywczą obecnie wybieranej stawki płac. Stąd ich wybór jest zależny od stopy inflacji. W efekcie wprowadzenie sztywności nominalnej płac powoduje powstanie wzajemnej zależności pomiędzy realną stawką płac a inflacją. Jednocześnie sztywność płac nominalnych wraz ze sztywnością cen skutkuje tym, że realna stawka płac charakteryzuje się stopniowym dostosowaniem do zmian zachodzących w gospodarce, co znajduje swoje przełożenie na stopniowe dostosowania realnego kosztu krańcowego w odpowiedzi na pojawiające się szoki strukturalne. Mechanizmy te powodują, że objaśnienie inercji występującej w danych jest możliwe przy przyjęciu niższych wartości dla parametrów autoregresji. Ponadto uzyskiwane są wyższe oszacowania parametrów sztywności nominalnej płac i cen, które warunkują wzajemną zależność pomiędzy inflacją a realną stawką płac.



Rysunek 1. Estymowana reakcja zmiennych endogenicznych na szok technologiczny w pp.



Uwagi: liniami przerywanymi przedstawiono reakcję modelu lepkich cen i płac nominalnych, natomiast liniami ciągłymi reakcję modelu lepkich cen. Linia grubsza prezentuje medianę rozkładu reakcji, linie cieńsze odpowiednio: piąty i dziewięćdziesiąty piąty percentyl rozkładu reakcji.

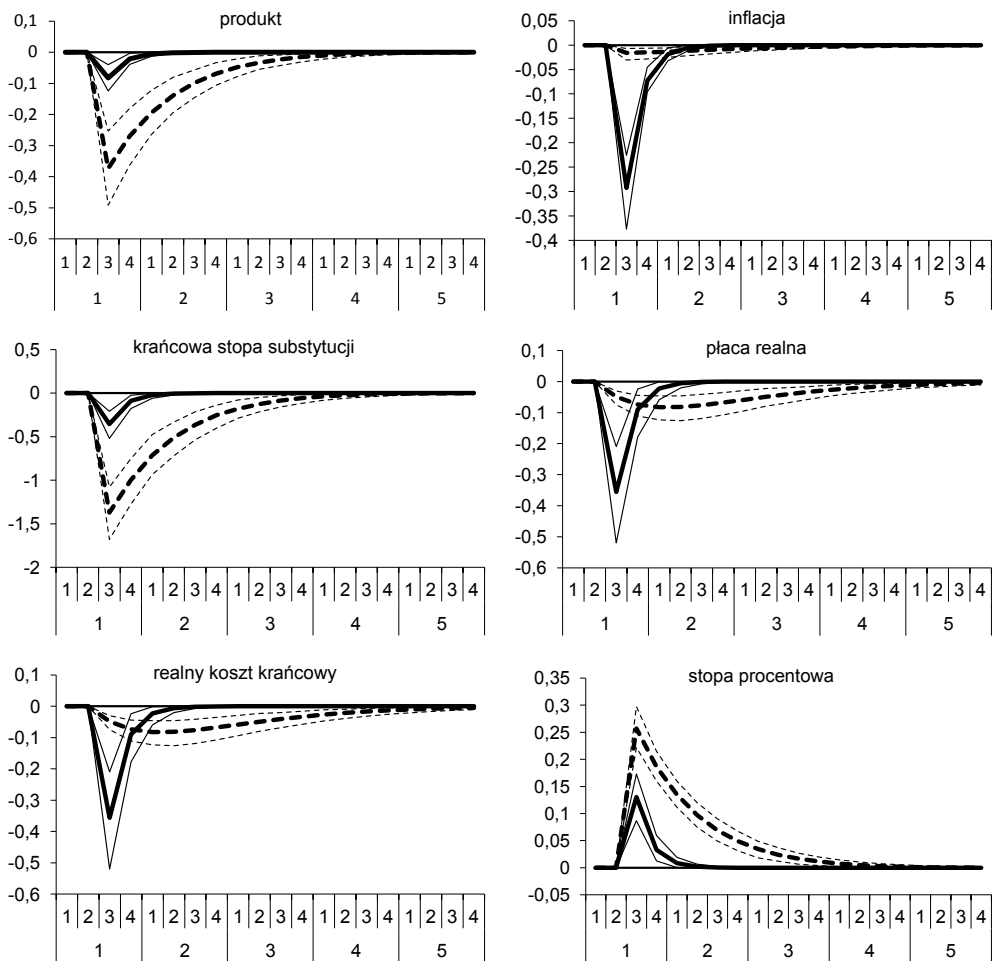
Źródło: obliczenia własne w programie Dynare 4.3.3.

W tabelicy 2 zaprezentowano rezultaty bayesowskiego porównania modeli DSGE małej skali<sup>30</sup>. Uzyskane wyniki pozwalają stwierdzić, że modele lepkich cen i płac nominalnych w najlepszym stopniu odzwierciedlają przebieg obserwowanych szeregów czasowych. Otrzymane czynniki Bayesa porównujące model lepkich cen i płac z modelami o doskonale elastycznych płacach

<sup>30</sup> Do znalezienia logarytmów gęstości brzegowych modeli wykorzystano zmodyfikowany estymator średniej harmoniczej.

sugerują, że aby zrównoważyć wpływ danych, należałoby przypisać modelowi lepkich cen ok.  $6 \cdot 10^{14}$ , a modelowi lepkich cen z indeksacją ok.  $2 \cdot 10^{15}$  silniejsze prawdopodobieństwo *a priori*, aby uznać je, za co najmniej tak samo wiarygodne. Ponadto czynnik Bayesa porównujący model lepkich cen z modelem lepkich cen uwzględniającym mechanizm indeksacji wyniósł 3. Zbliżona wartość czynnika Bayesa została uzyskana przy porównaniu modelu lepkich cen i płac z modelem lepkich cen i płac uwzględniającym mechanizm indeksacji. Otrzymane wyniki sugerują, że zarówno indeksacja cen, jak i płac nie wpływała istotnie na dopasowanie modelu do danych.

Rysunek 2. Estymowana reakcja zmiennych endogenicznych na szok w polityce pieniężnej w pp.



Uwagi: liniami przerywanymi przedstawiono reakcję modelu lepkich cen i płac nominalnych, natomiast liniami ciągłymi reakcję modelu lepkich cen. Linia grubsza prezentuje medianę rozkładu reakcji, linie cieńsze odpowiednio: piąty i dziewięćdziesiąty piąty percentyl rozkładu reakcji.

Źródło: obliczenia własne w programie Dynare 4.3.3.

Na rysunkach 1 i 2 zaprezentowano oszacowane reakcje zmiennych endogenicznych modelu lepkich cen (linia ciągła) oraz modelu lepkich cen i płac (linia przerywana) na szok technologiczny oraz szok w polityce monetarnej.

Wystąpienie dodatniego szoku technologicznego, wpływając na produktywność czynników produkcji, powoduje wzrost wytworzonego produktu i spadek realnego kosztu krańcowego, co umożliwi obniżenie się inflacji, poniżej poziomu równowagi długookresowej. Pomimo wzrostu produktu, spadek inflacji jest na tyle silny, że zgodnie z regułą Taylora powoduje on obniżenie się nominalnej stopy procentowej. Jednocześnie wzrost krańcowej produktywności pracy powoduje wzrost popytu na czynniki wytwórcze. W warunkach doskonale elastycznych płac nominalnych, realna stawka płac silnie wzrasta zachęcając gospodarstwa domowe do substytucji czasu wolnego konsumpcją, co implikuje wzrost krańcowej stopy substytucji. Ponadto wzrost realnej stawki płac niweluje ujemny, bezpośredni wpływ szoku technologicznego, co skutkuje niewielką reakcją realnego kosztu krańcowego. Wprowadzenie do modelu sztywności nominalnej płac powoduje, że realna stawka płac charakteryzuje się nieistotną reakcją na szok technologiczny. Brak reakcji realnej stawki płac powoduje znacznie silniejszy spadek realnego kosztu krańcowego, co przekłada się na zachowanie inflacji, która charakteryzuje się silniejszą reakcją, niż ma to miejsce w przypadku modelu lepkich cen. Ponadto nieistotna reakcja realnej stawki płac implikuje przy wyższej produktywności czynników produkcji spadek podaży pracy, a w konsekwencji słabszą reakcję produktu na szok technologiczny. W efekcie krańcowa stopa substytucji ulega obniżeniu.

Wystąpienie szoku w polityce pieniężnej powoduje podniesienie nominalnej stopy procentowej ponad poziom określony przez regułą Taylora. Wzrost stopy procentowej ogranicza popyt konsumpcyjny, zachęcając gospodarstwa domowe do zwiększenia oszczędności, a w konsekwencji prowadzi do spadku produkcji. Efekt ten znajduje swoje przełożenie na spadek popytu na pracę, a w konsekwencji prowadzi do spadku płacy realnej. Wprowadzenie do modelu założenia o sztywności płacy nominalnej powoduje niewielkie dostosowanie płacy realnej w porównaniu z modelem o doskonale elastycznej cenie pracy. Dostosowania płacy realnej przekładają się na kształtowanie się realnego kosztu krańcowego, który wpływa na wybór ceny dokonywany przez przedsiębiorstwa pośrednie, a stąd ma wpływ na zachowanie się inflacji.

## Podsumowanie

W pracy dokonano empirycznej weryfikacji założenia o istnieniu sztywności płac nominalnych w modelach DSGE małej skali. Weryfikacja ta została oparta na wynikach porównania alternatywnych modeli, tj.: modelu lepkich cen, modelu lepkich cen i płac nominalnych oraz rozszerzeń tych modeli o mechanizm indeksacji. Parametry strukturalne tych modeli zostały oszacowane dzięki zastosowaniu metodyki bayesowskiej, opierając się na danych kwartalnych dla gospodarki polskiej z lat 1995–2011. Uzyskane wyniki dowodzą występowania

znaczących różnic w oszacowanych rozkładach *a posteriori* pomiędzy poszczególnymi modelami DSGE. Wydaje się, że rozbieżności te są determinowane głównie przez wprowadzenie do modelu mechanizmu lepkich płac nominalnych. Natomiast znaczenie założenia o indeksacji płac, bądź cen, jest niewielkie.

Opierając się na oszacowanych modelach dokonano ich bayesowskiego porównania. Uzyskane wyniki dowodzą, że pod względem posiadanych właściwości empirycznych modelem najlepiej pasującym do danych dla gospodarki polskiej, z analizowanych w tej pracy, jest model lepkich cen i płac nominalnych nieuwzględniający mechanizmu indeksacji. Wprowadzenie częściowej dynamicznej indeksacji cen nie wpływało istotnie na dopasowanie do danych zarówno w przypadku modelu o lepkich, jak i doskonale elastycznych płacach. Porównanie odpowiedzi na impuls potwierdziło, że wprowadzenie do modelu lepkich płac nominalnych ma wpływ na oszacowane reakcje zmiennych endogenicznych na szok technologicznego oraz szok monetarny.

### Bibliografia

- Adolfson M., Laseen S., Linde J., Villani M. [2007], *Bayesian Estimation of an Open Economy DSGE Model with Incomplete Pass-Through*, „Journal of International Economics”, vol. 72, s. 481–511.
- Altug S. [1989], *Time-to-Build and Aggregate Fluctuations. Some New Evidence*, „International Economic Review”, vol. 30, no. 4, s. 889–920.
- An S., Schorfheide F. [2007], *Bayesian Analysis of DSGE Models*, „Econometric Reviews”, vol. 26, no. 2–4, s. 113–172.
- Baranowski P., Szafrąński G. [2012], *Reakcja gospodarki polskiej na szok polityki pieniężnej w małym modelu DSGE – na ile wybór metod estymacji determinuje wyniki?*, „Bank i Kredyt”, nr 43 (4), s. 119–144.
- Brzoza-Brzezina M., Makarski K. [2011], *Credit Crunch in a Small Open Economy*, „Journal of International Money and Finance”, no. 30, s. 1406–1428.
- Calvo G.A. [1983], *Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework*, „Journal of Monetary Economics”, vol. 12, s. 383–398.
- Canova F., Ferroni F. [2009], *Multiple Filtering Devices for the Estimation of Cyclical DSGE Models*, manuskrypt.
- Chiaie S.D. [2009], *The Sensitivity of DSGE Models Results to Data Detrending*, ONB Oesterreichische Nationalbank Working Paper, no. 157.
- Christiano L.J., Eichenbaum M. [1992], *Current Real-Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations*, „The American Economic Review”, vol. 82, no. 3, s. 430–458.
- Christiano L.J., Eichenbaum M., Evans Ch.L. [2001], *Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy*, Working Paper, Federal Reserve Bank of Cleveland, no. 01/07.
- Christiano L.J., Trabandt M., Walentin K. [2010], *DSGE Models for Monetary Policy Analysis*, NBER Working Papers Series, no. 16074.
- Clarida R., Gali J., Gertler M. [1999], *The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective*, „Journal of Economic Literature”, vol. 37, s. 1661–1707.

- Dave Ch., DeJong D.N. [2007], *Structural Macroeconometrics*, Princeton University Press, Princeton and Oxford.
- Del Negro M., Schorfheide F. [2008], *Forming Priors for DSGE Models (and How it Affects the Assessment of Nominal Rigidities)*, „Journal of Monetary Economics”, no. 55, s. 1191–1208.
- Dixit A.K., Stiglitz J.E. [1977], *Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity*, „The American Economic Review”, vol. 67, no. 3, s. 297–308.
- Dotsey M., King R.G., Wolman A.L. [1999], *State-Dependent Pricing and the General Equilibrium Dynamics of Money and Output*, „The Quarterly Journal of Economics”, vol. 114, no. 2, s. 655–690.
- Duffie D., Singleton K.J. [1993], *Simulated Moments Estimation of Markov Models of Asset Prices*, „Econometrica”, vol. 61, no. 4, s. 929–952.
- Erceg Ch.J., Henderson D.W., Levin A.T. [2000], *Optimal Monetary Policy with Staggered Wage and Price Contracts*, „Journal of Monetary Economics”, vol. 46, s. 281–313.
- Fernandez-Villaverde J. [2010], *The Econometrics of DSGE Models*, „SERIEs Journal of Spanish Economic Association”, vol. 1, s. 3–49.
- Fernandez-Villaverde J., Rubio-Ramirez J.F. [2004], *Comparing Dynamic Equilibrium Models to Data: a Bayesian Approach*, „Journal of Econometrics”, vol. 123, s. 153–187.
- Gali J. [2008], *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle*, Princeton University Press, Princeton.
- Gali J., Gertler M. [1999], *Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis*, „Journal of Monetary Economics”, vol. 44, s. 195–222.
- Goodfriend M., King R. [1997], *The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy*, w: red. B.S. Bernanke, J.J. Rotemberg, „NBER Macroeconomics Annual”, vol. 12, MIT Press, s. 231–296.
- Grabek G., Kłos B., Koloch G. [2010], *SOE-PL 2009 – Model DSGE malej otwartej gospodarki estymowany dla danych polskich*, „Materiały i Studia”, nr 251, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- Guerron-Quintana P.A., Nason J.M. [2012], *Bayesian Estimation of DSGE Models*, Working Papers, no. 12–4, Research Department, Federal Reserve Bank of Philadelphia.
- Kass R.E., Raftery A.E. [1995], *Bayes Factors*, „Journal of American Statistical Association”, vol. 90, no. 430, s. 773–795.
- Kolasa M. [2009], *Structural Heterogeneity or Asymmetric Shocks? Poland and the Euro Area Through the Lens of a Two-Country DSGE Model*, „Economic Modelling”, no. 26, s. 1245–1269.
- Krajewski P. [2013], *Oddziaływanie polityki fiskalnej na wahania koniunktury w Polsce*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Krajewski P. [2014], *Comparison of Nominal and Real Rigidities: Fiscal Policy Perspective*, „Comparative Economic Research”, vol. 17, no. 1, s. 61–76.
- Macias P., Makarski K. [2013], *Stylizowane fakty o cenach konsumenta w Polsce*, „Materiały i Studia”, nr 295, Instytut Ekonomiczny NBP, Warszawa.
- Rabanal P. [2007], *Does Inflation Increase After a Monetary Policy Tightening? Answers Based on an Estimated DSGE Model*, „Journal of Economic Dynamics and Control”, vol. 31, s. 906–937.

- Rabanal P., Rubio-Ramirez J.F. [2005], *Comparing New Keynesian Models of the Business Cycle: A Bayesian Approach*, „Journal of Monetary Economics”, vol. 52, s. 1151–1166.
- Rabanal P., Rubio-Ramirez J.F. [2008], *Comparing New Keynesian Models in the Euro Area: a Bayesian Approach*, „Spanish Economic Review”, vol. 10, s. 23–40.
- Rotemberg J.J. [1982], *Monopolistic Price Adjustment and Aggregate Output*, „The Review of Economic Studies”, vol. 49, no. 4, s. 571–531.
- Schmitt-Grohe S., Uribe M. [2004], *Solving Dynamic General Equilibrium Models Using a Second-Order Approximation to the Policy Function*, „Journal of Economic Dynamics & Control”, vol. 28, s. 755–775.
- Schmitt-Grohe S., Uribe M. [2005], *Optimal Fiscal and Monetary Policy in a Medium-Scale Macroeconomic Model: Expanded Version*, NBER Working Paper Series, no. 11417.
- Smets F., Wouters R. [2003], *An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area*, „Journal of the European Economic Association”, vol. 1, no. 5, s. 1123–1175.
- Smets F., Wouters R. [2007], *Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach*, „The American Economic Review”, vol. 97, no. 3, s. 586–606.
- Smith A.A. [1993], *Estimating Nonlinear Time-Series Models Using Simulated Vector Autoregressions*, „Journal of Applied Econometrics”, vol. 8, s. S63–S84.
- Taylor J.B. [1980], *Aggregate Dynamics and Staggered Contracts*, „The Journal of Political Economy”, vol. 88, no. 1, s. 1–23.
- Taylor J.B. [1993], *Discretion Versus Policy Rule in Practice*, „Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy”, vol. 39, s. 195–214.
- Uhlig H. [1995], *A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily*, Discussion Paper, no. 101, Institute for Empirical Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Yun T. [1996], *Nominal Price Rigidity, Money Supply Endogeneity, and Business Cycles*, „Journal of Monetary Economics”, vol. 37, s. 345–370.

### Dodatek techniczny

Warunek konieczny dla problemu wyboru optymalnej ceny (8) przy ograniczeniu (2) przyjmuje postać:

$$\sum_{\tau=0}^{\infty} (\beta\theta_p)^\tau E_t \left\{ \frac{\lambda_{t+\tau}}{\lambda_t} Y_{t+\tau}^* \left( (1 + \tau_p) RMC_{t+\tau} - \prod_{s=1}^{\tau} \frac{\pi_{t+s}^{\gamma_p} P_t^*}{\pi_{t+s} P_t} \right) \right\} = 0 \quad (24)$$

gdzie:  $Y_t^*$  jest popytem, który zostanie zgłoszony przy cenie  $P_t^*$ , określonym przez (2).

Warunek konieczny dla wyboru optymalnej stawki płac (16), przy ograniczeniach (17) i (18) przyjmuje postać:

$$\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^s E_t \left\{ L_{t+s}^* \left[ (1 + \tau_w) MUL_{t+s}^* - \varepsilon_{t+s}^b C_t^{-\delta_c} \prod_{k=1}^s \frac{\pi_{t+k}^{\gamma_w} W_t^*}{\pi_{t+k} P_t} \right] \right\} = 0 \quad (25)$$

gdzie:  $L_t^*$  jest popytem na pracę zgłaszanym przy optymalnej stawce płac w okresie  $t$ , a  $MUL_t^*$  jest krańcową przykrością pracy w okresie  $t$ . Warunek ten w przypadku doskonale elastycznych płac ( $\theta_w = 0$ ) i doskonale konkurencyjnego rynku pracy ( $\tau_w = 0$ ) przyjmuje postać:

$$\frac{W_t^*}{P_t} = MRS_t \quad (26)$$

gdzie: krańcowa stopa substytucji pomiędzy konsumpcją a pracą jest wyrażona przez:

$$MRS_t = \varepsilon_t^l (L_t)^{\delta_l} (C_t)^{\delta_c} \quad (27)$$

Model lepkich płac i cen nominalnych z mechanizmem indeksacji jest opisany przez następujący układ równań:

$$\hat{y}_t = E_t\{\hat{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\delta_c} E_t\{\hat{r}_t - \hat{\pi}_{t+1} + \hat{\varepsilon}_{t+1}^b - \hat{\varepsilon}_t^b\} \quad (28)$$

$$\hat{\pi}_t = \frac{(1-\theta_p)(1-\beta\theta_p)}{(1+\beta\gamma_p)\theta_p} r\hat{m}c_t + \frac{\gamma_p}{1+\beta\gamma_p} \hat{\pi}_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta\gamma_p} E_t\hat{\pi}_{t+1} \quad (29)$$

$$\hat{w}_t = \frac{(1-\beta\theta_w)(1-\theta_w)}{\theta_w} \frac{\kappa_w \tau_w}{\delta_l(1+\tau_w) + \tau_w} m\hat{r}s_t + \kappa_w \beta E_t\{\hat{\pi}_{t+1} + \hat{w}_{t+1}\} - \kappa_w [1 + \beta\gamma_w] \hat{\pi}_t + \kappa_w (\hat{w}_{t-1} + \gamma_w \hat{\pi}_{t-1}) \quad (30)$$

$$r\hat{m}c_t = \hat{w}_t - \hat{\varepsilon}_t^a \quad (31)$$

$$m\hat{r}s_t = \hat{\varepsilon}_t^l + (\delta_l + \delta_c) \hat{y}_t - \delta_l \hat{\varepsilon}_t^a \quad (32)$$

$$\hat{r}_t = \rho_R \hat{r}_{t-1} + (1-\rho_R)(\phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_y \hat{y}_t) + \eta_t^R \quad \eta_t^R \sim iid N(0, \sigma_R^2) \quad (33)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^a = \rho_a \hat{\varepsilon}_{t-1}^a + \eta_t^a \quad \eta_t^a \sim iid N(0, \sigma_a^2) \quad (34)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^b = \rho_b \hat{\varepsilon}_{t-1}^b + \eta_t^b \quad \eta_t^b \sim iid N(0, \sigma_b^2) \quad (35)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^l = \rho_l \hat{\varepsilon}_{t-1}^l + \eta_t^l \quad \eta_t^l \sim iid N(0, \sigma_l^2) \quad (36)$$

gdzie:

$$\kappa_w \equiv \frac{\theta_w [\delta_l(1 + \tau_w) + \tau_w]}{\delta_l(1 + \tau_w) + \tau_w - (1 - \beta\theta_w)(1 - \theta_w) \delta_l(1 + \tau_w) + \beta\theta_w\theta_w [\delta_l(1 + \tau_w) + \tau_w]} > 0$$

jest parametrem.

Model lepkich cen bez mechanizmu indeksacji z doskonale elastycznymi płacami jest opisany przez układ postaci:

$$\hat{y}_t = E_t\{\hat{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\delta_c} E_t\{\hat{r}_t - \hat{\pi}_{t+1} + \hat{\varepsilon}_{t+1}^b - \hat{\varepsilon}_t^b\} \quad (37)$$

$$\hat{\pi}_t = \frac{(1 - \theta_p)(1 - \beta\theta_p)}{\theta_p} r\hat{m}c_t + \beta E_t\hat{\pi}_{t+1} \quad (38)$$

$$\hat{w}_t = m\hat{r}s_t \quad (39)$$

$$r\hat{m}c_t = \hat{w}_t - \hat{\varepsilon}_t^a \quad (40)$$

$$m\hat{r}s_t = \hat{\varepsilon}_t^l + (\delta_l + \delta_c)\hat{y}_t - \delta_l\hat{\varepsilon}_t^a \quad (41)$$

$$\hat{r}_t = \rho_R\hat{r}_{t-1} + (1 - \rho_R)(\phi_x\hat{\pi}_t + \phi_y\hat{y}_t) + \eta_t^R \quad \eta_t^R \sim iid N(0, \sigma_R^2) \quad (42)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^a = \rho_a\hat{\varepsilon}_{t-1}^a + \eta_t^a \quad \eta_t^a \sim iid N(0, \sigma_a^2) \quad (43)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^b = \rho_b\hat{\varepsilon}_{t-1}^b + \eta_t^b \quad \eta_t^b \sim iid N(0, \sigma_b^2) \quad (44)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^l = \rho_l\hat{\varepsilon}_{t-1}^l + \eta_t^l \quad \eta_t^l \sim iid N(0, \sigma_l^2) \quad (45)$$

Model lepkich cen z mechanizmem indeksacji i doskonale elastycznymi płacami jest opisany przez układ postaci:

$$\hat{y}_t = E_t\{\hat{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\delta_c} E_t\{\hat{r}_t - \hat{\pi}_{t+1} + \hat{\varepsilon}_{t+1}^b - \hat{\varepsilon}_t^b\} \quad (46)$$

$$\hat{\pi}_t = \frac{(1 - \theta_p)(1 - \beta\theta_p)}{(1 + \beta\gamma_p)\theta_p} r\hat{m}c_t + \frac{\gamma_p}{1 + \beta\gamma_p} \hat{\pi}_{t-1} + \frac{\beta}{1 + \beta\gamma_p} E_t\hat{\pi}_{t+1} \quad (47)$$

$$\hat{w}_t = m\hat{r}s_t \quad (48)$$



$$r\hat{m}c_t = \hat{w}_t - \hat{\varepsilon}_t^a \quad (49)$$

$$m\hat{r}s_t = \hat{\varepsilon}_t^l + (\delta_l + \delta_c)\hat{y}_t - \delta_l\hat{\varepsilon}_t^a \quad (50)$$

$$\hat{r}_t = \rho_R\hat{r}_{t-1} + (1 - \rho_R)(\phi_\pi\hat{\pi}_t + \phi_y\hat{y}_t) + \eta_t^R \quad \eta_t^R \sim iid N(0, \sigma_R^2) \quad (51)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^a = \rho_a\hat{\varepsilon}_{t-1}^a + \eta_t^a \quad \eta_t^a \sim iid N(0, \sigma_a^2) \quad (52)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^b = \rho_b\hat{\varepsilon}_{t-1}^b + \eta_t^b \quad \eta_t^b \sim iid N(0, \sigma_b^2) \quad (53)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^l = \rho_l\hat{\varepsilon}_{t-1}^l + \eta_t^l \quad \eta_t^l \sim iid N(0, \sigma_l^2) \quad (54)$$

Model lepkich cen i płac nominalnych bez mechanizmu indeksacji jest natomiast opisany przez układ równań:

$$\hat{y}_t = E_t\{\hat{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\delta_c} E_t\{\hat{r}_t - \hat{\pi}_{t+1} + \hat{\varepsilon}_{t+1}^b - \hat{\varepsilon}_t^b\} \quad (55)$$

$$\hat{\pi}_t = \frac{(1 - \theta_p)(1 - \beta\theta_p)}{\theta_p} r\hat{m}c_t + \beta E_t\hat{\pi}_{t+1} \quad (56)$$

$$\hat{w}_t = \frac{(1 - \beta\theta_w)(1 - \theta_w)}{\theta_w} \frac{\kappa_w\tau_w}{\delta_l(1 + \tau_w) + \tau_w} m\hat{r}s_t + \kappa_w\beta E_t\{\hat{\pi}_{t+1} + \hat{w}_{t+1}\} - \kappa_w\hat{\pi}_t + \kappa_w\hat{w}_{t-1} \quad (57)$$

$$r\hat{m}c_t = \hat{w}_t - \hat{\varepsilon}_t^a \quad (58)$$

$$m\hat{r}s_t = \hat{\varepsilon}_t^l + (\delta_l + \delta_c)\hat{y}_t - \delta_l\hat{\varepsilon}_t^a \quad (59)$$

$$\hat{r}_t = \rho_R\hat{r}_{t-1} + (1 - \rho_R)(\phi_\pi\hat{\pi}_t + \phi_y\hat{y}_t) + \eta_t^R \quad \eta_t^R \sim iid N(0, \sigma_R^2) \quad (60)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^a = \rho_a\hat{\varepsilon}_{t-1}^a + \eta_t^a \quad \eta_t^a \sim iid N(0, \sigma_a^2) \quad (61)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^b = \rho_b\hat{\varepsilon}_{t-1}^b + \eta_t^b \quad \eta_t^b \sim iid N(0, \sigma_b^2) \quad (62)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^l = \rho_l\hat{\varepsilon}_{t-1}^l + \eta_t^l \quad \eta_t^l \sim iid N(0, \sigma_l^2) \quad (63)$$

## **NOMINAL WAGE RIGIDITIES IN SMALL-SCALE DSGE MODELS: AN EMPIRICAL ANALYSIS FOR THE POLISH ECONOMY**

### **Summary**

The paper examines the empirical importance of the assumption of “sticky wages” in small-scale dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) models estimated for the Polish economy. The evaluation is based on a Bayesian comparison between the baseline “sticky price” model and a model of price and wage rigidities. The comparison includes extensions of these models to account for the case of price and wage indexation.

The analysis consists of two steps. In the first step, each model is estimated using quarterly data for the Polish economy from 1995 to 2011. In the second step, the “marginal data density” is calculated for each model and so-called Bayes factors are obtained.

The results suggest that the best fit to the sample is observed in the case of the model with wage and price rigidities. Moreover, price and wage indexation mechanisms seem to have an insignificant impact on how the model fits the data, the author says. A comparison of impulse response functions shows that there are significant differences between the baseline model and the model with sticky prices and wages. Moreover, the estimates of structural parameters were strongly affected by the introduction of wage rigidities, the author says.

**Keywords:** price and wage rigidities, dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) model, Bayesian model comparison, price and wage indexation

**JEL classification codes:** J30, E30, E32, C52

---