

# GOSPODARKA NARODOWA

5  
(279)

Rok LXXXV/XXVI  
wrzesień–październik  
2015  
s. 145–169

---

Mateusz PIPIEŃ\*

Sylwia ROSZKOWSKA\*\*

## Szacunki kwartalnego PKB w polskich województwach

---

**Streszczenie:** Celem artykułu jest scharakteryzowanie zastosowania modelu regresji liniowej w problemie czasowej i przestrzennej dezagregacji PKB polskiej gospodarki. W opisywanym podejściu przedmiotem estymacji są parametry strukturalne regresji liniowej, w której roczne PKB województw lub jego tempo zmian stanowią zmienną objaśnianą, zaś roczne PKB krajowe lub jego tempo zmian odgrywa rolę zmiennej objaśniającej. Proponuje się, aby kwortalne PKB i jego zmiany szacować dla poszczególnych województw jako funkcje parametrów regresji. Proponowane alternatywne podejścia poddano ocenie ze względu na poziom niepewności statystycznej związanej z estymacją oraz ze względu na poziom przestrzennego zróżnicowania oszacowanych wartości. W artykule przedstawiono wyniki szacunków PKB i jego zmian w województwach w okresie 1995–2012, otrzymane na podstawie zaproponowanej dwustopniowej procedury. Uzyskane wyniki szacunków poziomów PKB charakteryzują się dużą precyzją oszacowań, ale regionalne zróżnicowanie stóp wzrostu PKB otrzymanych na podstawie tego podejścia jest niewielkie. Z kolei wykorzystanie w regresji wartości tempa zmian PKB powodowało większe zróżnicowanie stóp wzrostu PKB według województw, ale błędy szacunków były większe.

**Słowa kluczowe:** dezagregacja obserwowanych kategorii makroekonomicznych, klasyczny model regresji liniowej, niepewność estymacji, regionalny PKB

**Kody klasyfikacji JEL:** C13, C43, E01

---

Artykuł nadesłany 23 kwietnia 2015 r., zaakceptowany 23 września 2015 r.

---

\* Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Katedra Ekonometrii i Badań Operacyjnych oraz Narodowy Bank Polski, Departament Stabilności Finansowej; e-mail: mateusz.pipien@nbp.pl

\*\* Uniwersytet Łódzki, Katedra Makroekonomii oraz Narodowy Bank Polski, Instytut Ekonomiczny; e-mail: sylwiaroszkowska@gmail.com

## Wprowadzenie

Analizy przestrzennego zróżnicowania podstawowych wielkości makroekonomicznych, które są obecnie jednym z ważniejszych zagadnień empirycznej makroekonomii, wymagają dostępu do wskaźników statystycznych w ujęciu regionalnym (por. Tokarski [2008] lub Kwiatkowski i Tokarski [2009]). Na przykład, w ramach badań nad naturą wahań aktywności gospodarczej, podejmuje się obecnie analizy przestrzennego zróżnicowania koniunktury, dochodu, płac i innych [Pavía-Miralles, Cabrer-Borrás, 2007; Warżała, 2013; Rokicki, 2013; Drozdowicz-Bieć, 2008]. Jest to bardzo istotne w szerszym zagadnieniu oceny wpływu polityki gospodarczej na regiony (por. m.in. Gorzelak [2004], Coibion i Goldstein [2012], Ashton i Gregoriou [2012]). Problematyka przestrzennej i czasowej dezagregacji szeregów czasowych wartości podstawowych kategorii makroekonomicznych jest przedmiotem intensywnych badań od ponad półwiecza. Pierwotnie problem ten funkcjonował w zagadnieniach szacowania brakujących obserwacji (methods of completing data), gdzie był brany pod uwagę jako jedno z możliwych pól empirycznych aplikacji. Poszukiwania metod precyzyjnego przestrzenno-czasowego szacowania wartości kategorii makroekonomicznych rozwinęły się następnie w osobną część ekonometrii i metod statystycznych, ze względu na fundamentalne znaczenie w sprawozdawczości statystycznej i naukowej analizie rachunków narodowych.

Jednym z pierwszych opracowań, w którym podjęto próbę uzyskania przybliżeń kwartalnych na podstawie danych rocznych jest artykuł Lismana i Sandee [1964]. Autorzy uzyskali szeregi czasowe o częstotliwości kwartalnej wyznaczając absolutne zmiany obserwowanej zmiennej makroekonomicznej pomiędzy kolejnymi latami, amplitudę wahań sezonowych występujących w danym roku oraz macierz przejścia, stanowiącą podstawę stosowanej interpolacji liniowej. Wykorzystanie tej metody do uzyskania danych kwartalnych wymaga dostępu do danych o częstotliwości rocznej. Podobne podejście zaproponowali Boot, Feibes i Lisman [1967], którzy uzyskali obserwacje kwartalne, minimalizując sumę kwadratów różnic pomiędzy sąsiadującymi kwartałami, przy jednoczesnym ograniczeniu równości sumy wartości kwartalnych i obserwowanej wartości rocznej. W ten nurt wpisuje się również praca Dentona [1971], gdzie zastosowano dodatkowo inne zmienne pomocnicze o częstotliwości takiej jak zmienna poszukiwana. Powyższe metody rozwinęto w kierunku podejścia dynamicznego, bazując na modelach ARIMA [Wei, Stram, 1986, 1990; Guerrero, Martínez, 1995] czy modelach czynnikowych [Angelini i in. 2006, Marcellino, 2007]. Opisane powyżej podejścia umożliwiają otrzymanie szeregów czasowych obserwacji o wyższej częstotliwości niż szereg pierwotny. Zasadniczą ich wartością jest prostota podejścia, które w mechaniczny sposób łączy informację o dynamice rocznej z doszacowaną informacją o wzorcu fluktuacji kwartalnych, mających swe źródło głównie w wahaniami sezonowych lub będących przedmiotem numerycznej interpolacji. Metody te są powszechnie stosowane w sytuacji konieczności doszacowania brakujących obserwacji.

Drugą grupę metod stanowią procedury wykorzystujące dodatkowe zmienne objaśniające o takiej samej częstotliwości jak zmienna poszukiwana. Ta grupa metod zapoczątkowana została w pracy Chowa i Lina [1971], którzy wyznaczyli optymalny nieobciążony estymator liniowy (BLUE) i jego macierz kowariancji dla poszukiwanych wartości o częstotliwości miesięcznej. Podstawą analiz był model regresji, w której zmienna objaśniana była obserwowana z częstotliwością kwartalną, zaś w przypadku zmiennych objaśniających dostępne były obserwacje o wyższej (miesięcznej) częstotliwości. Według Chowa i Lina [1971] wektor zmiennych objaśniających może składać się ze zmiennych wyprzedzających bądź opóźnionych w stosunku do zmiennej poszukiwanej, oraz dodatkowo z trendu lub zmiennych zerojedynkowych.

Podejście Chowa i Lina [1971] umożliwiło uzyskanie najbardziej popularnej metody interpolacji danych, zaś wiele metod później zaproponowanych stanowi jej modyfikację. Na przykład Rossi [1982] dodał w metodzie Chowa i Lina [1971] warunek równości agregatu i sumy danych o mniejszej częstotliwości (tj. wartości kwartalnej i sumy wartości miesięcznych składających się na tę wartość). Fernández [1981] i Littermann [1983] rozważali założenia o złożonej strukturze stochastycznej, postulując czasową zależność składników losowych. Estymator Chowa i Lina doczekał się uogólnienia, zaprezentowanego przez Di Fonzo [1990]. Di Fonzo wyznaczył estymator dla regionów o wyższej częstotliwości szeregów czasowych, w przypadku których dostępna jest niższa częstotliwość zmiennej a zmienne objaśniające dostępne są z wyższą częstotliwością. Estymator Di Fonzo, jako estymator Aitkena w modelu regresji liniowej, zależy od nieznannej macierzy kowariancji reszt. Proponowane w literaturze modyfikacje uwzględniają m.in. liczbę szacowanych szeregów, dynamiczny charakter szeregów oraz korelację przestrzenną reszt lub ich autokorelację (por. Pavia-Mirallesa i Carber-Borrassa [2007]; Salazar i in. [1997], Santos Silva i Cardoso [2001]).

Jednym z najnowszych podejść w dezagregacji szeregów jest modyfikacja metody Chowa i Lina zaproponowana w pracy Polasek i in. [2010]. W pracy tej zastosowano dane o PKB dla regionów Hiszpanii na poziomie NUTS2 i oszacowano obserwacje PKB dla NUTS3. W regresji wykorzystano informacje regionalne dla NUTS3 o charakterze społeczno-ekonomicznym i przestrzennym. Zasadniczą wartością pracy Polasek i in. [2010] jest zastosowanie podejścia bayesowskiego w estymacji parametrów regresji przestrzennej. Ujęcie bayesowskie umożliwiło przedstawienie w sposób formalny informacji o niepewności statystycznej związanej z szacowanymi obserwacjami PKB dla regionów. Dodatkowo poprzez rozkłady a priori, badacz w tym podejściu może wносить wiedzę ekspercką o parametrach modelu, co umożliwi uzyskanie szacunków wartości wskaźników makroekonomicznych w regionach zgodnych z intuicją. Podejście to podlegało dalszym modyfikacjom w pracy Polasek [2013].

Obszerny i wyczerpujący przegląd metod dezagregacji można znaleźć w opracowaniu Pavia-Mirallesa [2010], zaś analizy porównawcze prezentuje

m.in. Chen [2007], który zestawił wyniki zastosowania pięciu wybranych metod dezagregacji dla 60 szeregów z rachunków narodowych. Porównanie metod bazujących na numerycznej interpolacji zaprezentował Marcellino [1998].

Literatura przedmiotu wskazuje, że najbardziej popularne metody dezagregacji bazują na podejściu regresyjnym przy wykorzystaniu dodatkowych zmiennych objaśniających, wybranych z zestawu dostępnych zmiennych. Dodatkowo, zasadniczym celem badań jest wyznaczenie punktowych ocen interesujących wielkości, z pominięciem dogłębnej analizy niepewności statystycznej, związanej z estymacją obserwacji o wyższej częstotliwości. Autorzy niektórych prac wyznaczają błędy średnie estymacji, jednak analiza niepewności nie stanowi kryterium oceny jakości oszacowań interesujących wielkości.

Badania nad przestrzenną i czasową dezagregacją wskaźników prowadzone są w Polsce od niedawna. Główny Urząd Statystyczny oficjalne wartości PKB województw publikuje z blisko dwuletnim opóźnieniem w stosunku do publikacji wskaźników PKB dla całego kraju. Oznacza to, że uzyskanie w miarę aktualnych szacunków PKB dla regionów wymaga prognozy tych wielkości. W omawianym zagadnieniu wiodącą instytucją wydaje się Instytut Badań Strukturalnych, który w pracy IBS [2010] przedstawia przegląd metod możliwych do zastosowania w prognozie rocznego PKB dla województw. Proponowane podejścia wykorzystują szacunki średniego udziału województw w tworzeniu krajowego PKB, równanie konwergencji otrzymane zgodnie z metodologią Barro i Sala-i-Martin [1995], analizę skupień, czy klasyczne metody analizy szeregów czasowych. Próby prognozowania PKB województwa zachodniopomorskiego podjęto w pracy Batóg [2011]. Stosowane w tej pracy podejścia wykorzystują klasyczną analizę szeregów czasowych opartą na trendach deterministycznych. Uzyskane rezultaty trzyletnich prognoz rocznego PKB nie różnią się znacząco, w zależności od wyboru funkcji trendu, a błędy *ex post* w każdym z wariantów są niskie. Omawiana w pracy Batóg [2011] wysoka precyzja prognoz ma głównie swe źródło w przyjęciu krótkiego horyzontu prognozowania. Uzyskanie szeregu czasowego przybliżonych wartości PKB Polski o częstotliwości miesięcznej było przedmiotem analiz w pracy Kelm [2008]. W opracowaniu wykorzystano podejście kointegracyjne w celu wyznaczenia zależności długookresowych pomiędzy wskaźnikami obserwowanymi z częstotliwością miesięczną a zmienną kwartalną podlegającą rozszacowaniu. Wspomniane na początku tej części klasyczne podejścia zaproponowane w pracach Boot, Feibes i Lisman [1967], Lisman, Sandee [1964] i Denton [1971] zastosowano dla polskiej gospodarki w opracowaniu Woźniak [2011] do rozszacowania kwartalnych indeksów koniunktury do częstotliwości miesięcznej.

Celem artykułu jest zastosowanie klasycznego modelu regresji liniowej w problemie czasowej i przestrzennej dezagregacji PKB polskiej gospodarki. W opisywanym podejściu przedmiotem estymacji są parametry strukturalne regresji liniowej, w której roczne PKB województw lub jego tempo zmian stanowią zmienną objaśnianą, zaś roczne PKB krajowe lub jego tempo zmian

odgrywa rolę zmiennej objaśniającej. Proponuje się, aby kwortalne PKB i jego zmiany szacować dla poszczególnych województw jako funkcje parametrów rozważanych regresji. W artykule przedstawiono wyniki szacunków PKB i jego zmian w województwach. O ile samo podejście wpisuje się w główny nurt badań, jednak położony duży nacisk na reprezentację niepewności statystycznej związanej z estymowanymi funkcjami parametrów, jest nowością.

Ocenie poddano szacunki ze względu na poziom niepewności statystycznej związanej z estymacją oraz ze względu na poziom przestrzennego zróżnicowania oszacowanych wartości. Oprócz samych ocen parametrów analizie podlegają zatem przedziały ufności szacowanych wielkości, uzyskane z modeli regresji. W pracy przeprowadzono dyskusję nad różnicami w rozproszeniu tych przedziałów. Szczególnie zwrócono uwagę na zróżnicowanie szacunków PKB i jego zmian w województwach w okresie wyhamowania gospodarczego w Polsce w latach 2001–2002.

### Zastosowanie regresji liniowej w problemie szacowania kwartalnego PKB dla województw

Założmy, że PKB w roku  $t$  dla  $i$ -tego województwa, oznaczony jako  $PKBRW_{ti}$ , można opisać Klasycznym Modelem Normalnej Regresji Liniowej, gdzie za zmienną objaśniającą przyjmuje się PKB Polski w roku  $t$  (oznaczonym jako  $PKBRP_t$ ). Równanie regresji przyjmuje następującą postać:

$$PKBRW_{ti} = \beta_{0i} + \beta_{1i}PKBRP_t + \varepsilon_{ti}, t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, m. \quad (1)$$

Niech  $y_{[Tx1]}^{(i)}$  oznacza wektor obserwacji na zmiennej objaśnianej, zaś  $X_{[Tx2]}$  niech będzie macierzą obserwacji na zmiennej objaśniającej z pierwszą kolumną jedynek:

$$y_{[Tx1]}^{(i)} = \begin{bmatrix} PKBRW_{1i} \\ \vdots \\ PKBRW_{Ti} \end{bmatrix}, X_{[Tx2]} = \begin{bmatrix} 1 & PKBRP_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & PKBRP_T \end{bmatrix}.$$

Przy założeniu, że  $\varepsilon_{ii} \sim N(0, \sigma_{ii}^2)$ ,  $\text{cov}(\varepsilon_{ii}, \varepsilon_{jj}) = \sigma_{ij}^2 \in R$  oraz zakładając, że  $\text{cov}(\varepsilon_{ii}, \varepsilon_{sj}) = 0$ , jeśli  $t \neq s$ , parametry systemu regresji (1) można szacować stosując estymator MNK dla każdego z równań z osobna. Niech  $\hat{\beta}_{MKN}^{(i)} = (X'X)^{-1}X'y^{(i)}$  oznacza ten estymator wektora parametrów  $\beta^{(i)} = (\beta_{0i}, \beta_{1i})'$ . Problem szacowania PKB w kwartale  $n$ , w województwie  $i$  (oznaczony jako  $PKBKW_{ni}$  można rozważyć jako zagadnienie estymacji liniowych funkcji parametrów strukturalnych  $\beta^{(i)}$ . Przyjmujemy bowiem jako definicję  $PKBKW_{ni}$  następującą funkcję parametrów:

$$PKBKW_{ni} = \frac{1}{4}\beta_{0i} + \beta_{1i}PKBKP_n = \left( \frac{1}{4}, PKBKP_n \right) \beta^{(i)} = C_n^{PKB} \beta^{(i)}, \quad (2)$$

gdzie  $PKBKP_n$  oznacza PKB Polski w kwartale  $n$ . Zgodnie z (2) przyjmujemy, że zależność liniowa, oszacowana na podstawie danych rocznych w regresji (1), jest możliwa do przeniesienia na przypadek danych o częstotliwości kwartalnej. Postać funkcji (2) jest podyktowana dążeniem do takiego zdefiniowania metody szacowania kwartalnego PKB województw, aby uzyskane oszacowania po agregacji rocznej, dawały zgodne z obserwacjami oszacowania rocznego PKB. Zdefiniowany w ten sposób  $PKWKW_n$  podlega estymacji nieobciążonej i optymalnej w klasie wszystkich estymatorów:

$$EST\_PKWKW_{ni} = C_n^{PKB} \hat{\beta}_{MKN}^{(i)}. \quad (3)$$

Wariancja estymatora (3) jest dana wzorem:

$$V(EST\_PKWKW_{ni}) = \sigma_{ii}^2 C_n^{PKB} (X'X)^{-1} C_n^{PKB}'.$$

Podejście przedstawione powyżej umożliwia także oszacowanie tempa zmian PKB w kwartale  $n$  w województwie  $i$  w stosunku do analogicznego kwartału roku poprzedniego, oznaczonego jako  $\Delta PKWKW_{ni}$  zmian procentowych:

$$\Delta PKWKW_{ni} = \left( \frac{PKWKW_{ni}}{PKWKW_{n-4i}} - 1 \right) 100 = \left( \frac{\frac{1}{4}\beta_{0i} + \beta_{1i}PKBKP_n}{\frac{1}{4}\beta_{0i} + \beta_{1i}PKBKP_{n-4}} - 1 \right) 100. \quad (4)$$

Według formuły (4)  $\Delta PKWKW_{ni}$  jest nieliniową, różniczkowalną funkcją parametrów regresji (1), która podlega zgodnej i asymptotycznie normalnej estymacji według naturalnie zdefiniowanego estymatora:

$$EST\_ \Delta PKWKW_{ni} = \left( \frac{EST\_PKWKW_{ni}}{EST\_PKWKW_{n-4i}} - 1 \right) 100 = \left( \frac{\frac{1}{4}\hat{\beta}_{0i} + \hat{\beta}_{1i}PKBKP_n}{\frac{1}{4}\hat{\beta}_{0i} + \hat{\beta}_{1i}PKBKP_{n-4}} - 1 \right) 100. \quad (5)$$

Asymptotyczna wariancja estymatora (5) jest dana wzorem:

$$V(EST\_ \Delta PKWKW_{ni}) = \sigma_{ii}^2 C_n^{\Delta PKB} (\beta^{(i)}) (X'X)^{-1} C_n^{\Delta PKB} (\beta^{(i)})',$$

gdzie

$$C_n^{\Delta PKB} (\beta^{(i)}) = \left( \frac{\partial \Delta PKWKW_{ni}}{\partial \beta_{0i}}, \frac{\partial \Delta PKWKW_{ni}}{\partial \beta_{1i}} \right).$$

Do oszacowania tempa zmian  $\Delta PKWKW_{ni}$  można podejść inaczej, stosując model regresji podobny do tego, który zdefiniowano w równaniu (1), ale w którym badamy zależność liniową bezpośrednio pomiędzy tempami zmian. Rozważmy zatem alternatywnie następujący model regresji:

$$\Delta PKWRW_{it} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} \Delta PKWRP_{it} + \xi_{it}, i = 1, \dots, m, t = 1, \dots, T, \quad (6)$$

gdzie  $\Delta PKBRW_{it}$  oznacza, wyrażone w procentach, tempo zmian PKB w  $i$ -tym województwie z roku  $t-1$  na rok  $t$ , zaś  $\Delta PKBRP_t$  oznacza tempo zmian PKB Polski z roku  $t-1$  na rok  $t$ . Podobnie, jak w przypadku  $\varepsilon_{it}$  w (1) zakładamy, że  $\xi_{it} \sim N(0, \omega_{ii}^2)$ ,  $\text{cov}(\xi_{it}, \xi_{it}) = \omega_{ij}^2$  oraz  $\text{cov}(\xi_{it}, \xi_{sj}) = 0$ , jeśli  $t \neq s$ . Niech  $\hat{\alpha}_{MKN}^{(i)} = (Z'Z)^{-1}Z'u^{(i)}$  oznacza estymator MNK wektora parametrów  $\alpha^{(i)} = (\alpha_{0i}, \alpha_{1i})'$ , gdzie:

$$u_{[Tx1]}^{(i)} = \begin{bmatrix} \Delta PKBRW_{1i} \\ \vdots \\ \Delta PKBRW_{Ti} \end{bmatrix}, Z_{[Tx2]} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta PKBRP_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \Delta PKBRP_T \end{bmatrix}.$$

Kwartalne zmiany PKB w poszczególnych województwach można potraktować jako liniowe funkcje parametrów strukturalnych regresji (6). Przyjmujemy zatem, że w  $n$ -tym kwartale dla  $i$ -tego województwa, tempo zmian PKB, w stosunku do analogicznego kwartału roku poprzedniego, wyraża się formułą:

$$\Delta PKWKW_{ni} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} \Delta PKBP_n = (1, \Delta PKBP_n) \alpha^{(i)} = S_n \alpha^{(i)}. \quad (7)$$

Funkcja parametrów (7) podlega nieobciążonej estymacji według wzoru:

$$EST\_ \Delta PKWKW_{ni} = \hat{\alpha}_{0i} + \hat{\alpha}_{1i} \Delta PKBP_n = S_n \hat{\alpha}^{(i)}. \quad (8)$$

Wariancja estymatora (8) jest dana wzorem:

$$V(EST\_ \Delta PKWKW_{ni}) = \omega_{ii}^2 S_n (Z'Z)^{-1} S_n'.$$

### Dyskusja uzyskanych rezultatów

W niniejszej części przedstawiono uzyskane rezultaty szacunków kwartalnego PKB dla województw. Dane dotyczące rocznego PKB, które są wymagane w stosowanym podejściu zaczerpnięto z publikacji GUS *Produkt krajowy brutto – Rachunki regionalne* (wykorzystano różne wydania z lat 2003–2014), zaś dane dotyczące kwartalnego PKB w Polsce pochodzą z Eurostatu. Badany przez nas okres nie jest jednorodny, ze względu na wystąpienie ważnych zmian strukturalnych. Po pierwsze, nowy podział administracyjny Polski na 16 województw obowiązuje od 2000 roku, a PKB zostało przeliczone przez GUS na nowe województwa od 1995 roku. Po drugie dynamika realnego PKB według województw dostępna jest od 2004 roku i po trzecie, w latach 1995–2002, przyjmowany jest w szacunkach realnych zmian identyczny deflator PKB w poszczególnych województwach oraz w Polsce.

W związku z tym analizy przeprowadzono bazując na trzech wariantach wyjściowych obserwacji o częstotliwości rocznej. W pierwszym wariantcie

analizie poddawany jest okres 1995–2012. W latach 1995–2003 przyjmuje się w tym wariancie, że deflator PKB w Polsce i województwach jest identyczny. Natomiast w latach 2004–2012 deflatory różnią się. W drugim wariancie analizie poddawany jest też okres 1995–2012 i w całym okresie przyjęto identyczny deflator PKB w Polsce i w województwach. Założono w tym wariancie zatem, że dynamika cen w poszczególnych województwach i w Polsce nie różni się znacząco. W trzecim wariancie przyjęto różne deflatory. Analizie poddano lata 2003–2012, ze względu na dostępność danych statystycznych. Rezultaty w wariancie pierwszym i drugim nie różnią się praktycznie, zaś w trzecim wyniki są obciążone większą niepewnością statystyczną, z racji krótszych szeregów czasowych. Stąd w dalszej części artykułu rozważono wyniki uzyskane w pierwszym wariancie.

Tabela 1 zawiera szacunki wartości kwartalnych PKB województw<sup>1</sup>. Wyniki dotyczą zastosowania modelu regresji (1), w którym kluczową rolę odgrywa formuła (3) estymatora kwartalnego PKB dla wybranego województwa. W tabeli 1 zaprezentowano wykresy ocen punktowych otrzymanych według (3) oraz krańce małopróbkowych przedziałów ufności o prawdopodobieństwie 0,95. Przedziały ufności zbudowano na podstawie formuły wariancji estymatora (3) oraz założeń KMNRL, które sprawiają, że rozkład standaryzowanej wersji estymatora (3), będącego podstawą do wnioskowania o liniowej funkcji parametrów regresji (1), jest rozkładem *t*-Studenta. Rozproszenie przedziałów ufności szacowanych PKB województwa jest małe relatywnie względem skali wartości tych kategorii. W każdym województwie przedziały ufności są najbardziej rozproszone na początku próby, to jest w latach 1995–1996. Estymacji o największej precyzji podlega PKB województwa łódzkiego. Najmniejszą precyzją estymacji charakteryzuje się PKB województwa opolskiego, gdzie przedziały ufności są najbardziej rozproszone, relatywnie względem skali wykresów zamieszczonych w tabeli 1.

Wyniki estymacji tempa zmian PKB województw zamieszczono w tabelach 2 i 3. Tabela 2 zawiera wyniki zastosowania modelu regresji (1), zaś tabela 3 modelu regresji (7). W przypadku równania regresji (1) tempo zmian PKB jest nieliniową funkcją parametrów, która podlega zgodnej i asymptotycznej estymacji zgodnie z formułą estymatora (5). Według przyjętego alternatywnie równania regresji (7) tempo zmian PKB danego województwa jest liniową funkcją parametrów, podlegającą nieobciążonej estymacji według estymatora (8), którego standaryzowana postać podlega małopróbkowemu rozkładowi *t*-Studenta. W tabeli 2 przedstawiono oceny próbkowe oraz krańce przedziałów ufności o prawdopodobieństwie 0,95 tempa zmian PKB województw. Tabela 2 zawiera krańce oszacowanych asymptotycznych przedziałów ufności, bazujących na rozkładzie normalnym, zaś tabela 3 przedstawia przebieg krańców małopróbkowych przedziałów ufności, zbudowanych przy wykorzystaniu rozkładu *t*-Studenta.

<sup>1</sup> Autorzy mogą udostępnić szczegółowe szeregi zainteresowanym Czytelnikom.



Prezentowane wersje szacunków tempa zmian PKB generują jakościowo podobne rezultaty. Zasadnicza różnica tkwi w skali niepewności statystycznej, zasadniczo różniącej się w podejściu wykorzystujących równanie regresji (1) i alternatywnie równanie regresji (7). W przypadku regresji (1) rozproszenie przedziałów ufności zaprezentowanych w tabeli 2 jest niewielkie. Obserwuje się w tym przypadku silną koncentrację rozkładu estymatora (5) w okresach charakteryzowanych, jako wyhamowanie koniunktury lub recesję (lata 2001–2002 oraz 2008–2009). Jednocześnie analizowane przedziały ufności ulegają relatywnie większemu rozproszeniu w okresach ekspansji polskiej gospodarki (lata 2004–2007). Efekt ten świadczący o silnej zależności rozproszenia estymatora od położenia tendencji centralnej jego rozkładu należy interpretować w ten sposób, iż podejście wykorzystujące regresję (1) będzie dostarczać bardziej precyzyjnych szacunków tempa zmian PKB województw w okresach charakteryzowanych jako stagnacja lub wyhamowanie aktywności. Natomiast w okresach, w których gospodarka będzie się dynamicznie rozwijać, oszacowane wartości tempa zmian PKB województw będą cechować się większą niepewnością statystyczną.

Podobnie jak w przypadku estymacji poziomu PKB, tabela 2 wskazuje, że najbardziej precyzyjnie jest szacowane tempo zmian PKB województwa łódzkiego, gdyż w tym przypadku przedziały ufności są najsilniej skoncentrowane wokół tendencji centralnej. Podobnie, województwo opolskie jest scharakteryzowane największą niepewnością estymacji tempa zmian.

Wyraźnie odrębny przebieg i rozproszenie przedziałów ufności uzyskano na podstawie modelu regresji (7) i estymatora (8); por. tabela 3. W podejściu tym tempo zmian PKB jest szacowane z dużą niepewnością, o której świadczą silnie rozproszone przedziały ufności. Ścieżki ocen punktowych tempa zmian PKB województw przebiegają zasadniczo przez obszary niższych wartości, niż w przypadku podejścia prezentowanego w tabeli 2. Wykorzystując regresję (7), uzyskuje się zatem oceny tempa zmian PKB województw przeciętnie niższe niż w przypadku zastosowania regresji (1) oraz szacunki są obciążone znacznie silniejszą niepewnością statystyczną. Oznacza to w szczególności nieco odmienny obraz regionalnego zróżnicowania aktywności gospodarczej Polski i jej przemian w czasie. Jest to szczególnie widoczne analizując wyniki w okresie spowolnienia gospodarczego, jakie miało miejsce w Polsce w latach 2000, 2001 i 2002. Zgodnie z wartościami oszacowanych zmian PKB województw, zamieszczonymi w tabelach 5 i 6, można stwierdzić, że obydwie metody dostarczają odmiennego obrazu wyhamowania koniunktury w latach 2000 do 2002. Podejście bazujące na równaniu regresji (1) (tabela 4 i tabela 5), niezależnie od przyjętego wariantu danych empirycznych, wskazuje na ujemne wartości tempa zmian PKB dla województw jedynie w czwartym kwartale 2001 roku. W pozostałych kwartałach badanego okresu, niezależnie od wariantów danych empirycznych, szacuje się dodatnie tempo zmian PKB województw. Oszacowany w modelu regresji (1) spadek PKB województw w czwartym kwartale 2001 roku jest regionalnie bardzo jednorodny i przyjmuje wartości tempa

zmian PKB od  $-0,42\%$  r/r<sup>2</sup> w przypadku województwa mazowieckiego do wartości około  $-0,22\%$  w przypadku województwa zachodniopomorskiego. Odmienny obraz tego okresu cyklu koniunkturalnego polskiej gospodarki dostarczają szacunki tempa zmian PKB województw uzyskane przy wykorzystaniu regresji (7) i estymatora (8); por. tabele 4 i 6. W podejściu tym tempa zmian PKB są silnie zróżnicowane regionalnie. Czwarty kwartał 2001 roku nie jest charakteryzowany spadkiem PKB we wszystkich województwach. Tempo zmian PKB województw jest w tym kwartale szacowane jako dodatnie w województwie pomorskim ( $1,6\%$  r/r), dolnośląskim ( $0,27\%$  r/r) i kujawsko-pomorskim ( $0,02\%$  r/r). W pozostałych województwach spadek PKB jest silnie zróżnicowany regionalnie i przyjmuje wartości od  $-3,70\%$  r/r tempa zmian w przypadku województwa opolskiego do wartości  $-0,08\%$  r/r tempa zmian w przypadku województwa łódzkiego. Rezultaty zawarte w tabelach 4 i 6 wskazują także na silne regionalne zróżnicowanie czasu trwania recesji z lat 2001–2002 i jej głębokości. Zgodnie z szacunkami, w województwie opolskim PKB spadało najdłużej, bo przez siedem kwartałów, to jest od drugiego kwartału 2001 roku do czwartego kwartału 2002 roku. W przypadku województwa lubelskiego, łódzkiego i zachodniopomorskiego PKB spadało przez dwa kwartały, to jest w czwartym kwartale 2001 roku i pierwszym kwartale 2002 roku. Województwa świętokrzyskie i zachodniopomorskie są charakteryzowane silnymi wahaniami koniunktury w latach 2001 i 2002. W drugim kwartale 2001 roku PKB w tych województwach spada, następnie w trzecim kwartale nieznacznie wzrasta, zaś w czwartym kwartale 2001 roku i pierwszym kwartale 2002 roku szacuje się dalszy spadek PKB.

Przedstawiony powyżej silnie zróżnicowany regionalnie opis okresu wyhamowania aktywności gospodarczej i recesji lat 2001 i 2002 jest obarczony dużą niepewnością, odzwierciedloną silnym rozproszeniem przedziałów ufności przedstawionych na rysunkach w tabeli 3.

### Podsumowanie

W artykule podjęto próbę oszacowania wartości kwartalnego PKB województw bazując na szeregach rocznych tej zmiennej w ujęciu regionalnym oraz wartości PKB dla całej gospodarki Polski. Zaproponowana metoda ma charakter dwustopniowy. W pierwszym kroku oszacowano parametry systemu szesnastu równań łączących PKB w Polsce z PKB w każdym z województw. W drugim kroku, bazując na szacunkach z pierwszego etapu, podlegające oszacowaniu PKB kwartalne dla poszczególnych województw traktuje się, w proponowanym podejściu, jako funkcje parametrów regresji. Możliwe jest zatem pełne wnioskowanie, w tym wyznaczenie błędów estymacji i przedziałów ufności.

<sup>2</sup> W dalszej części artykułu przez r/r oznaczamy tempo zmian rok do roku, to jest tempo zmian danego wskaźnika w odniesieniu do analogicznego kwartału w roku poprzednim.

W analizowanych latach 1995–2012 nastąpiły zmiany w statystyce rachunków narodowych oraz w podziale administracyjnym, które skłoniły autorów artykułu do rozważenia trzech wariantów danych empirycznych. Otrzymane wyniki w wariantach bazujących na tym samym okresie (lata 1995–2012) i alternatywnych założeniach dotyczących kształtowania się cen nie różniły się. Z kolei w wariancie, dla którego dostępne są dane o dynamice wolumenu PKB (2003–2012) uzyskano wyniki obarczone większą niepewnością statystyczną.

Otrzymane oceny punktowe poziomów PKB w każdym z trzech wariantów danych w zasadzie nie różnią się od siebie. Różnice można dostrzec w rozproszeniu przedziałów ufności. W przypadku krótszego okresu analizy błędy estymacji są większe, co prowadzi do przedziałów ufności o większym rozproszeniu. W podejściu modelowym, które bazuje na stopach wzrostu PKB, uzyskano mniej precyzyjne wyniki.

Wyniki uzyskane na podstawie poziomów PKB dają precyzyjne szacunki tempa zmian PKB w województwach, ale regionalne zróżnicowanie tempa jest niewielkie. Zgodnie z tym podejściem województwa o większym udziale tworzenia wartości dodanej w PKB w kraju charakteryzują się większą wahliwością wzrostu, mierzonego tempem zmian PKB. W podejściu modelowym, w którym wykorzystano stopy wzrostu, uzyskano dość duże regionalne zróżnicowanie stóp wzrostu, ale wyniki obarczone są dużą niepewnością statystyczną.

Województwa bardziej rozwinięte, z względnie wysokim PKB per capita, wysokimi stopami zatrudnienia i dużym udziałem sektora usługowego mają większy wkład do PKB kraju niż województwa ściany wschodniej z dużym udziałem rolnictwa i względnie wysokimi stopami bezrobocia. Stąd też w grupie województw lepiej rozwiniętych oszacowane stopy wzrostu są wyższe niż te, które odpowiadają dynamice zmian PKB w całej gospodarce.

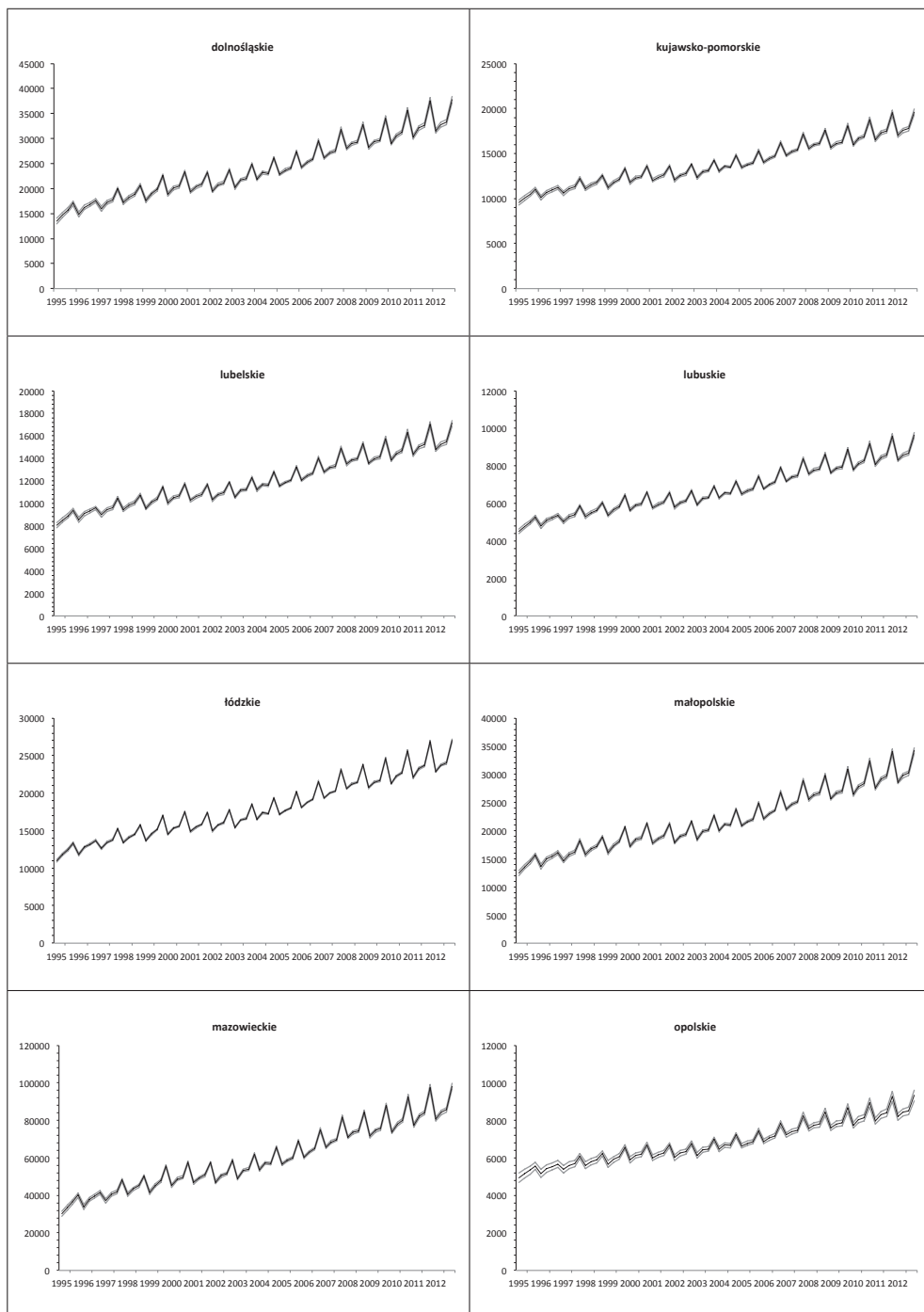
## Bibliografia

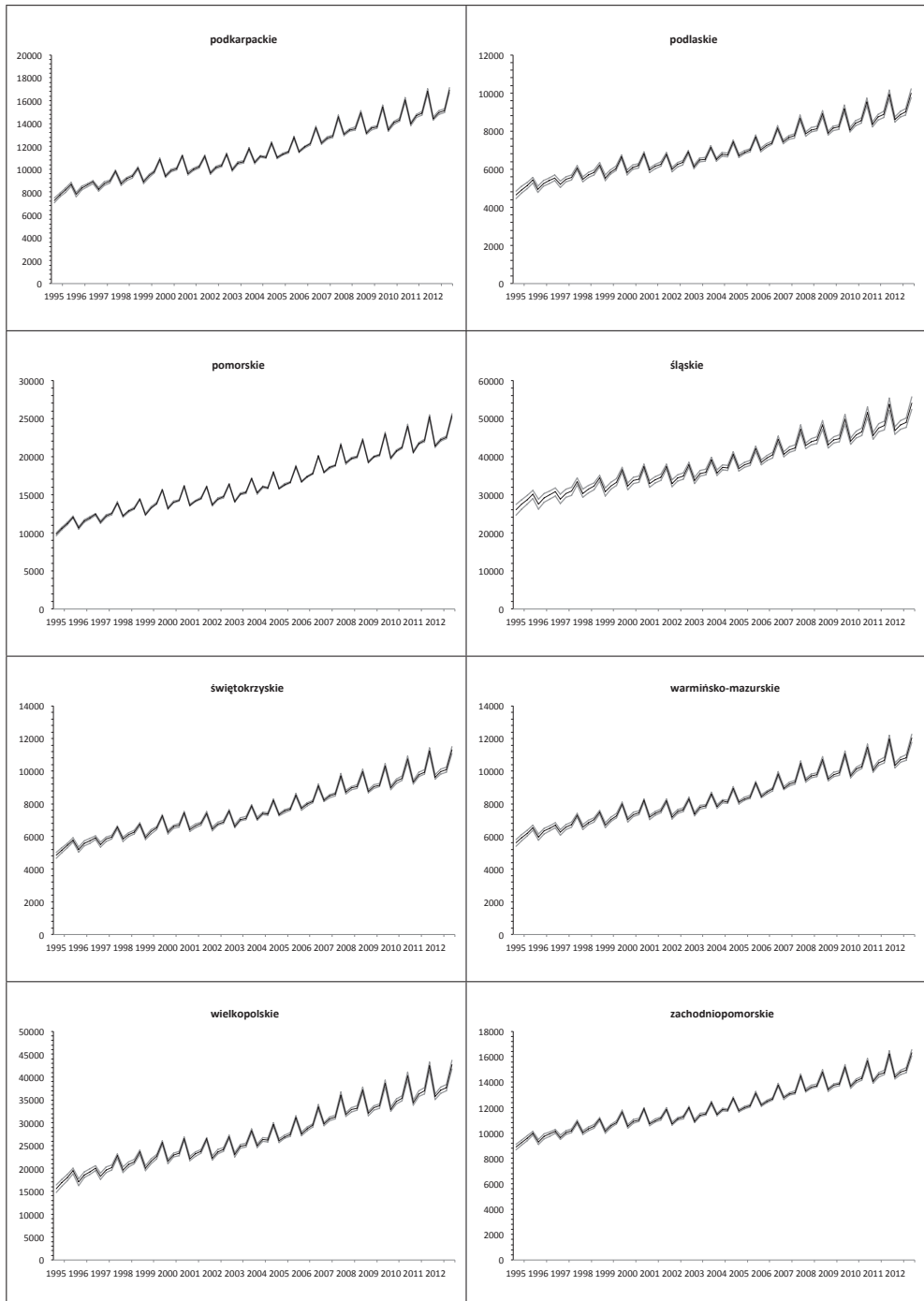
- Angelini E., Henry J., Marcellino M. [2006], *Interpolation and Backdating with a Large Information Set*, "Journal of Economic Dynamics and Control", vol. 30, no. 12, s. 2693–2724.
- Ashton K., Gregoriou A. [2012], *The Influence of Banking Centralisation on Depositors: Regional Heterogeneities in the Transmission of Monetary Policy*, "Bangor Business School Research Paper", no. 12/0005.
- Barro R.J., Sala-i-Martin X. [1995], *Economic Growth*, MIT, Cambridge.
- Batóg J. [2011], *Budowa scenariuszy wzrostu gospodarczego w ujęciu regionalnym*, „Zeszyty Naukowe”, nr 210, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, s. 17–26.
- Boot J.C.G., Feibes W., Lisman J.H.C. [1967], *Further Methods of Derivation of Quarterly Figures from Annual Data*, "Journal of the Royal Statistical Society", vol. C 16, no. 1, s. 65–75.
- Chen B. [2007], *An Empirical Comparison of Methods for Temporal Disaggregation at the National Accounts*, "Office of Directors Bureau of Economic Analysis", Washington.
- Chow G.C., Lin A.L. [1971], *Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution, and Extrapolation of Time Series by Related Series*, "Review of Economics and Statistics", vol. 53, no. 4, s. 372–375.

- Coibion O., Goldstein D. [2012], *One for Some or One for All? Taylor Rules and Interregional Heterogeneity*, "Journal of Money, Credit and Banking", vol. 44, no. 2–3, s. 401–431.
- Denton F.T. [1971], *Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization*, "Journal of the American Statistical Association", no. 66(333), s. 99–102.
- Di Fonzo T. [1990], *The Estimation of M Disaggregate Time Series When Contemporaneous and Temporal Aggregates Are Known*, "The Review of Economics and Statistics", vol. 72, no. 1, s. 178–182.
- Drozdowicz-Bieć M. [2008], *Regionalne cykle koniunkturalne. Doświadczenia światowe – implikacje dla Polskie*, „Barometr Regionalny. Analizy i Prognozy”, no. 3, s. 5–15.
- Fernández R.B. [1981], *A Methodological Note on the Estimation of Time Series*, "The Review of Economics and Statistics", vol. 63, no. 3, s. 471–476.
- Gorzela G. [2004], *Polska polityka regionalna wobec zróżnicowań polskiej przestrzeni*, „Studia Regionalne i Lokalne”, no. 4(18), s. 37–72.
- Guerrero V.M., Martínez J. [1995], *A Recursive ARIMA-based Procedure for Disaggregating a Time Series Variable Using Concurrent Data*, "Test", vol. 4, no. 2, s. 359–376.
- IBS [2010], *Prognoza wzrostu PKB w województwach w latach 2010–2013*, Ekspertyza, Instytut Badan Strukturalnych, Warszawa, [http://www.mir.gov.pl/rozwoj\\_regionalny/Ewaluacja\\_i\\_analazy/Raporty\\_o\\_rozwoju/Ekspertyzy/Documents/Raport\\_dezagregacja\\_PKB\\_21102010.pdf](http://www.mir.gov.pl/rozwoj_regionalny/Ewaluacja_i_analazy/Raporty_o_rozwoju/Ekspertyzy/Documents/Raport_dezagregacja_PKB_21102010.pdf) (10.04.2015).
- Kelm R. [2008], *Prognozowanie składników PKB w przekroju miesięcznym*, w: *Rachunki narodowe. Wybrane problemy zastosowań*, red. M. Plich, Główny Urząd Statystyczny, Uniwersytet Łódzki, Warszawa, s. 77–101.
- Kwiatkowski E., Tokarski T. [2009], *Determinanty przestrzennego zróżnicowania wydajności pracy*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 10, s. 35–54.
- Lisman J.H.C., Sandee J. [1964], *Derivation of Quarterly Figures from Annual Data*, "Journal of the Royal Statistical Society", vol. C 13, no. 2, s. 87–90.
- Litterman R.B. [1983], *A Random Walk, Markov Model for the Distribution of Time Series*, "Journal of Business and Economic Statistics", vol. 1, no. 2, s. 169–173.
- Marcellino M. [1998], *Temporal Disaggregation, Missing Observations, Outliers, and Forecasting: a Unifying Non-model Based Procedure*, "Advances in Econometrics", vol. 13, s. 181–202.
- Marcellino M. [2007], *Pooling-Based Data Interpolation and Backdating*, "Journal of Time Series Analysis", vol. 28, no. 1, s. 53–71.
- Pavía-Miralles J.M. [2010], *A Survey of Methods to Interpolate, Distribute and Extrapolate Time Series*, "Journal of Service Science and Management", vol. 3, no. 4, s. 449–463.
- Pavía-Miralles J.M., Cabrer-Borrás B. [2007], *On Estimating Contemporaneous Quarterly Regional GDP*, "Journal of Forecasting", vol. 26, no. 3, s. 155–170.
- Polasek W. [2013], *Spatial Chow-Lin Models for Completing Growth Rates in Cross-sections*, "Reihe Ökonomie/Economics Series", Institut für Höhere Studien (IHS), no. 295, Vienna
- Polasek W., Llano C., Sellner R. [2010], *Bayesian Methods for Completing Data in Spatial Models*, "Review of Economic Analysis", vol. 2, no. 2, s. 194–214.
- Rokicki B. [2013], *Ewolucja regionalnego zróżnicowania płac realnych w Polsce*, „Gospodarka Narodowa”, vol. 9, s. 53–67.

- Salazar E., Smith R., Weale M., Wright S. [1997], *A Monthly Indicator of GDP*, "National Institute Economic Review", vol. 161, no. 1, s. 84–89.
- Santos Silva J.M.C., Cardoso F.N. [2001], *The Chow-Lin Method Using Dynamic Models*, "Economic Modelling", vol. 18, no. 2, s. 269–280.
- Stram D.O., Wei W.W. [1986], *A Methodological Note on the Disaggregation of Time Series Totals*, "Journal of Time Series Analysis", vol. 7, no. 4, s. 293–302.
- Tokarski T. [2008], *Przestrzenne zróżnicowanie bezrobocia rejestrowanego w Polsce w latach 1999–2006*, „Gospodarka Narodowa”, nr 7–8, s. 25–42.
- Warżęła R. [2013], *The Analysis of a Regional Business Cycle in the Case of the Warmia and Mazury Voivodeship*, "Badania koniunktury – zwierciadło gospodarki", cz. II, s. 100–118.
- Wei W.W., Stram D.O. [1990], *Disaggregation of Time Series Models*, "Journal of the Royal Statistical Society", vol. B 52, no. 3, s. 453–467.
- Woźniak R. [2011], *Metody rozszacowania kwartalnych indeksów koniunktury konsumenckiej*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 4, s. 1–10.

**Tabela 1. Oceny próbkowe oraz krańce małopróbkowych (bazujących na rozkładzie  $t$ -Studenta) przedziałów ufności, o prawdopodobieństwie 0,95 dla kwartalnych wojewódzkich PKB, otrzymane na podstawie formuły (3)**

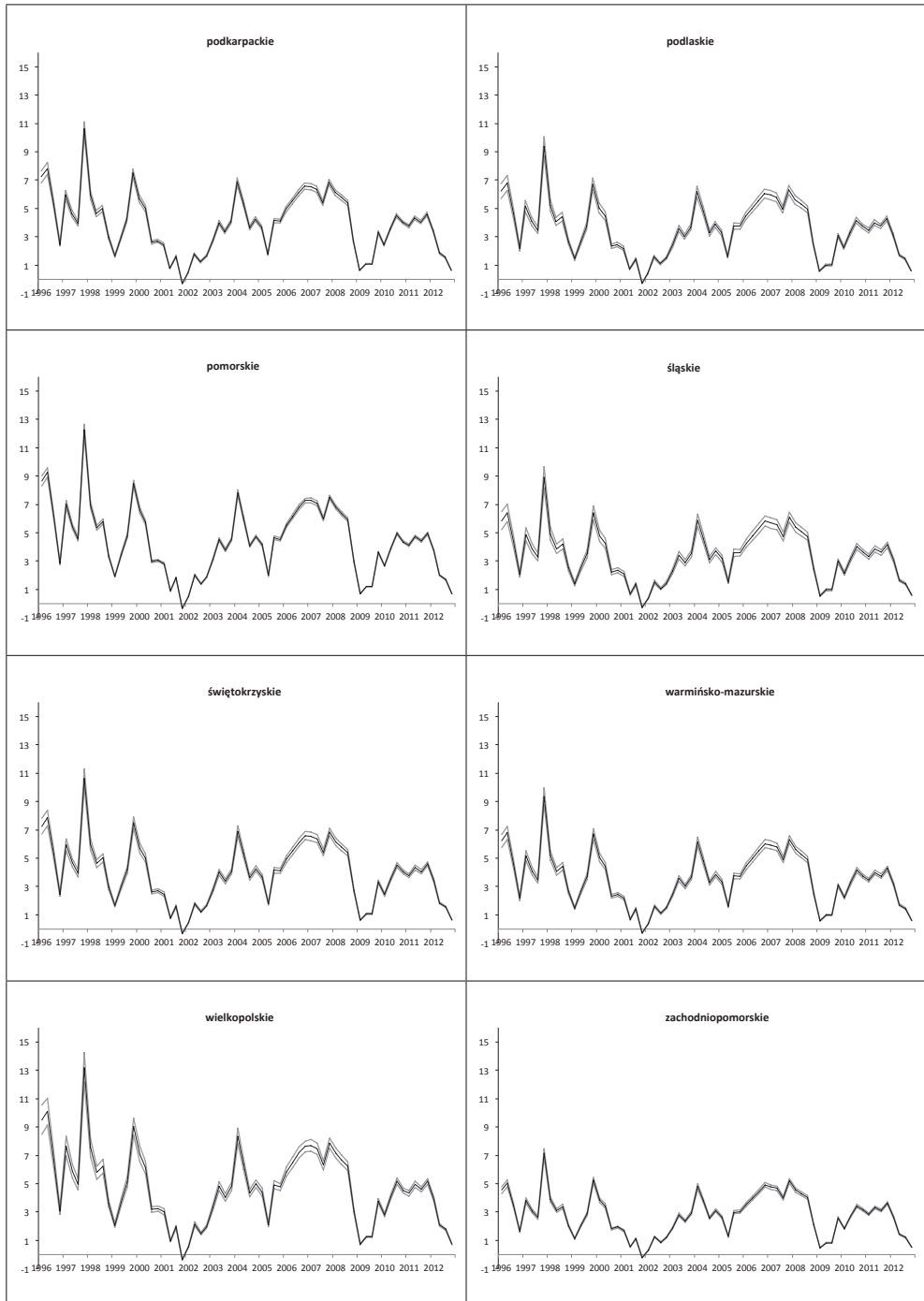




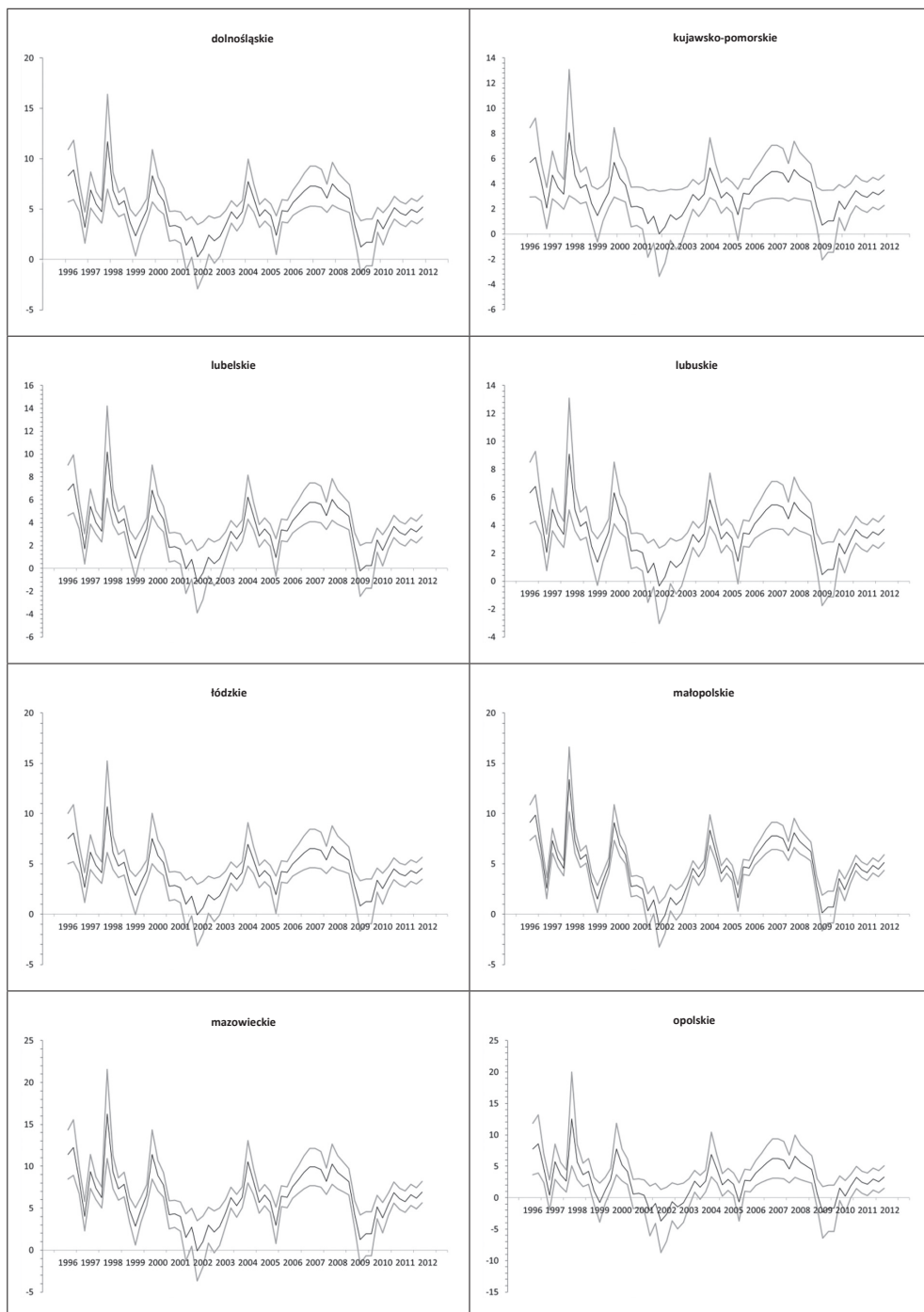
**Tabela 2. Oceny próbkowe oraz krańce asymptotycznych (bazujących na rozkładzie normalnym) przedziałów ufności, o prawdopodobieństwie 0,95 dla tempa zmian  $r/r$  kwartalnych wojewódzkich PKB, otrzymane na podstawie formuły (5)**

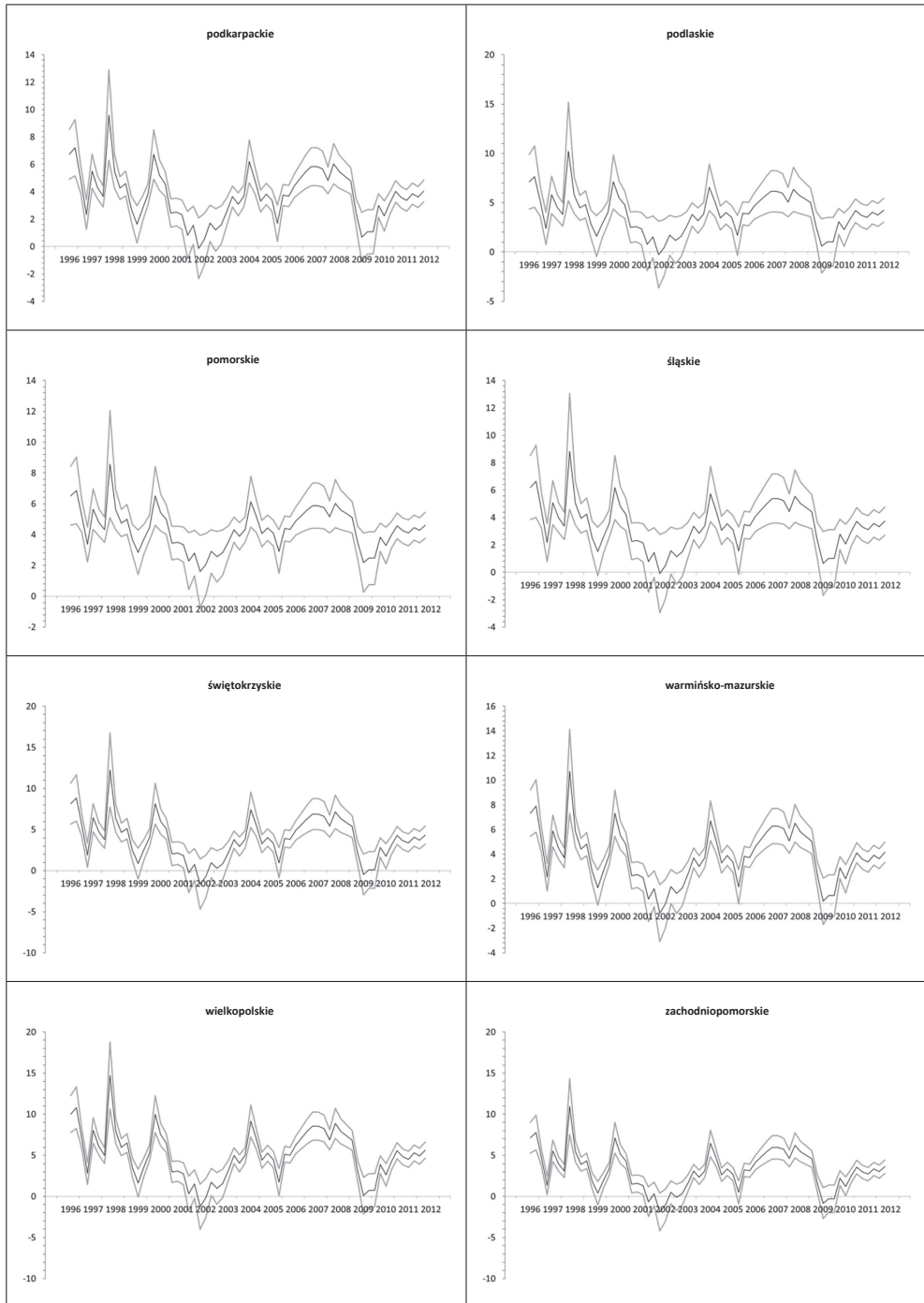




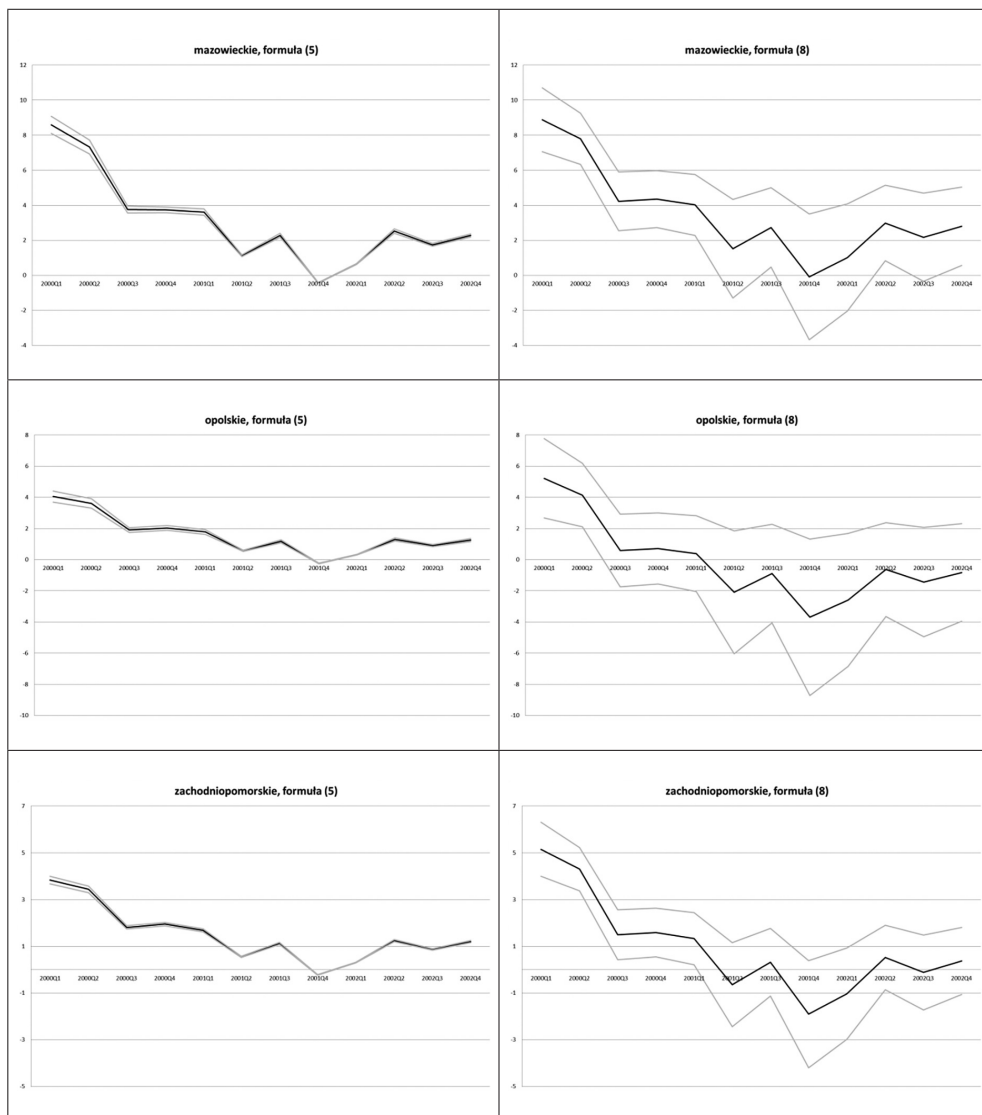


**Tabela 3. Oceny próbkowe oraz krańce małopróbkowych (bazujących na rozkładzie  $t$ -Studenta) przedziałów ufności, o prawdopodobieństwie 0,95 dla tempa zmian  $r/r$  kwartalnych wojewódzkich PKB, otrzymane na podstawie formuły (8)**





**Tabela 4. Oceny próbkowe oraz krańce małopróbkowych przedziałów ufności, o prawdopodobieństwie 0,95 dla tempa zmian r/r kwartalnych wojewódzkich PKB w wybranych województwach województwach, otrzymane na podstawie formuł (5) i (8)**



**Tabela 5. Oszacowane wartości tempa zmian r/r kwartalnych wojewódzkich PKB, otrzymane na podstawie formuły (5)**

Okres	Województwo															
	dolnośląskie	kujawsko-pomorskie	lubelskie	lubuskie	łódzkie	małopolskie	mazowieckie	opolskie	podkarpackie	podlaskie	pomorskie	śląskie	świętokrzyskie	warmińsko-mazurskie	wielkopolskie	zachodniopomorskie
1996Q1	9,78	5,73	6,11	6,18	7,95	9,51	12,28	4,83	7,22	6,23	8,65	5,86	7,25	6,22	9,51	4,54
1996Q2	10,36	6,29	6,68	6,76	8,55	10,10	12,74	5,34	7,82	6,80	9,25	6,42	7,84	6,79	10,09	5,03
1996Q3	6,89	4,29	4,55	4,60	5,75	6,72	8,34	3,67	5,28	4,63	6,19	4,38	5,30	4,62	6,72	3,46
1996Q4	3,14	2,01	2,13	2,15	2,65	3,07	3,74	1,73	2,45	2,16	2,84	2,05	2,46	2,16	3,07	1,64
1997Q1	7,86	4,78	5,08	5,14	6,49	7,66	9,65	4,07	5,94	5,17	7,02	4,88	5,96	5,16	7,66	3,83
1997Q2	6,03	3,80	4,02	4,06	5,06	5,89	7,25	3,26	4,66	4,09	5,44	3,87	4,67	4,08	5,89	3,08
1997Q3	5,05	3,23	3,41	3,45	4,26	4,94	6,03	2,77	3,93	3,47	4,57	3,29	3,95	3,46	4,94	2,62
1997Q4	13,50	8,75	9,24	9,33	11,46	13,21	16,00	7,56	10,61	9,39	12,27	8,91	10,64	9,37	13,21	7,15
1998Q1	7,72	4,84	5,12	5,18	6,46	7,54	9,33	4,14	5,94	5,21	6,95	4,93	5,96	5,20	7,54	3,91
1998Q2	5,91	3,80	4,02	4,06	5,00	5,78	7,03	3,28	4,62	4,08	5,36	3,87	4,64	4,08	5,78	3,10
1998Q3	6,36	4,13	4,36	4,41	5,41	6,22	7,53	3,57	5,01	4,43	5,78	4,21	5,02	4,43	6,22	3,38
1998Q4	3,67	2,49	2,61	2,64	3,18	3,60	4,26	2,17	2,96	2,65	3,38	2,53	2,97	2,65	3,60	2,06
1999Q1	2,11	1,36	1,44	1,45	1,79	2,07	2,51	1,17	1,65	1,46	1,92	1,38	1,66	1,46	2,07	1,11
1999Q2	3,76	2,47	2,61	2,63	3,21	3,69	4,43	2,14	2,98	2,65	3,43	2,52	2,99	2,64	3,68	2,03
1999Q3	5,24	3,48	3,66	3,70	4,50	5,14	6,14	3,02	4,18	3,72	4,79	3,54	4,19	3,72	5,14	2,87
1999Q4	9,21	6,31	6,62	6,68	8,01	9,04	10,62	5,52	7,48	6,71	8,49	6,41	7,50	6,71	9,04	5,25
2000Q1	7,24	4,70	4,95	5,00	6,15	7,09	8,58	4,05	5,69	5,04	6,58	4,78	5,71	5,03	7,08	3,84
2000Q2	6,26	4,17	4,38	4,43	5,38	6,14	7,32	3,62	5,00	4,45	5,73	4,24	5,01	4,45	6,14	3,43
2000Q3	3,23	2,18	2,29	2,32	2,79	3,17	3,75	1,90	2,60	2,33	2,97	2,22	2,61	2,33	3,17	1,81
2000Q4	3,29	2,31	2,42	2,44	2,89	3,23	3,74	2,04	2,71	2,45	3,05	2,35	2,72	2,45	3,23	1,94
2001Q1	3,08	2,05	2,15	2,17	2,64	3,02	3,61	1,78	2,46	2,19	2,82	2,08	2,46	2,18	3,02	1,69
2001Q2	0,97	0,66	0,69	0,70	0,84	0,95	1,12	0,57	0,78	0,70	0,89	0,67	0,78	0,70	0,95	0,54
2001Q3	1,98	1,35	1,42	1,43	1,72	1,94	2,28	1,18	1,60	1,44	1,82	1,37	1,61	1,43	1,94	1,12
2001Q4	-0,37	-0,27	-0,28	-0,28	-0,33	-0,37	-0,42	-0,24	-0,31	-0,28	-0,35	-0,27	-0,31	-0,28	-0,37	-0,22
2002Q1	0,55	0,37	0,39	0,39	0,48	0,54	0,64	0,32	0,44	0,40	0,51	0,38	0,44	0,40	0,54	0,31
2002Q2	2,19	1,49	1,57	1,58	1,90	2,15	2,53	1,30	1,77	1,59	2,02	1,52	1,78	1,59	2,15	1,24
2002Q3	1,51	1,04	1,09	1,10	1,31	1,48	1,74	0,91	1,23	1,10	1,39	1,05	1,23	1,10	1,48	0,86
2002Q4	2,01	1,42	1,49	1,50	1,77	1,97	2,28	1,26	1,66	1,51	1,86	1,44	1,67	1,51	1,97	1,20
2003Q1	3,40	2,28	2,40	2,42	2,93	3,33	3,95	1,99	2,73	2,44	3,12	2,32	2,74	2,43	3,33	1,89
2003Q2	4,92	3,37	3,54	3,57	4,28	4,83	5,67	2,95	4,00	3,59	4,53	3,43	4,01	3,58	4,83	2,81
2003Q3	4,10	2,83	2,96	2,99	3,57	4,03	4,71	2,48	3,34	3,01	3,78	2,87	3,35	3,00	4,02	2,36
2003Q4	4,88	3,48	3,64	3,67	4,32	4,81	5,52	3,09	4,06	3,69	4,55	3,54	4,07	3,68	4,81	2,95
2004Q1	8,52	5,79	6,08	6,13	7,38	8,36	9,86	5,06	6,89	6,17	7,84	5,88	6,91	6,16	8,36	4,81
2004Q2	6,53	4,54	4,75	4,80	5,71	6,41	7,47	3,99	5,35	4,82	6,04	4,61	5,36	4,82	6,41	3,80

Okres	Województwo															
	dolnośląskie	kujawsko-pomorskie	lubelskie	lubuskie	łódzkie	małopolskie	mazowieckie	opolskie	podkarpackie	podlaskie	pomorskie	śląskie	świętokrzyskie	warmińsko-mazurskie	wielkopolskie	zachodniopomorskie
2004Q3	4,40	3,07	3,22	3,25	3,86	4,33	5,03	2,71	3,62	3,26	4,08	3,12	3,63	3,26	4,33	2,58
2004Q4	5,07	3,67	3,82	3,85	4,51	4,99	5,70	3,26	4,25	3,87	4,74	3,72	4,26	3,87	4,99	3,12
2005Q1	4,48	3,12	3,27	3,30	3,92	4,40	5,12	2,75	3,68	3,32	4,15	3,17	3,69	3,31	4,40	2,62
2005Q2	2,14	1,51	1,58	1,60	1,88	2,10	2,42	1,34	1,77	1,60	1,98	1,54	1,77	1,60	2,10	1,28
2005Q3	5,00	3,54	3,70	3,73	4,41	4,92	5,68	3,13	4,14	3,75	4,65	3,59	4,15	3,75	4,92	2,98
2005Q4	4,84	3,55	3,69	3,72	4,32	4,77	5,41	3,16	4,09	3,74	4,53	3,59	4,10	3,73	4,77	3,03
2006Q1	5,95	4,20	4,40	4,43	5,24	5,86	6,77	3,71	4,93	4,46	5,53	4,27	4,94	4,45	5,85	3,54
2006Q2	6,62	4,72	4,93	4,97	5,85	6,51	7,48	4,18	5,50	4,99	6,16	4,79	5,52	4,99	6,51	3,99
2006Q3	7,30	5,23	5,46	5,51	6,46	7,18	8,23	4,64	6,09	5,54	6,80	5,31	6,10	5,53	7,18	4,44
2006Q4	7,73	5,74	5,97	6,01	6,94	7,63	8,60	5,14	6,58	6,04	7,27	5,81	6,60	6,03	7,62	4,93
2007Q1	7,82	5,62	5,86	5,91	6,93	7,70	8,82	4,98	6,53	5,94	7,29	5,70	6,55	5,93	7,70	4,76
2007Q2	7,56	5,49	5,72	5,77	6,73	7,45	8,49	4,89	6,36	5,80	7,07	5,57	6,37	5,79	7,45	4,68
2007Q3	6,39	4,67	4,87	4,91	5,71	6,30	7,15	4,17	5,40	4,93	5,99	4,74	5,41	4,92	6,30	3,99
2007Q4	7,96	6,02	6,24	6,29	7,20	7,86	8,78	5,42	6,85	6,32	7,51	6,09	6,86	6,31	7,86	5,21
2008Q1	7,25	5,32	5,54	5,58	6,48	7,15	8,11	4,75	6,13	5,61	6,80	5,39	6,15	5,60	7,15	4,55
2008Q2	6,78	5,02	5,22	5,26	6,08	6,68	7,54	4,49	5,76	5,28	6,36	5,08	5,77	5,28	6,68	4,31
2008Q3	6,31	4,69	4,87	4,91	5,67	6,22	7,00	4,20	5,38	4,93	5,93	4,75	5,39	4,93	6,22	4,03
2008Q4	3,11	2,40	2,48	2,50	2,84	3,08	3,41	2,17	2,71	2,51	2,95	2,43	2,71	2,51	3,08	2,09
2009Q1	0,74	0,55	0,57	0,58	0,67	0,73	0,82	0,50	0,63	0,58	0,70	0,56	0,63	0,58	0,73	0,48
2009Q2	1,27	0,96	0,99	1,00	1,15	1,25	1,40	0,86	1,09	1,01	1,20	0,97	1,09	1,00	1,25	0,83
2009Q3	1,27	0,96	1,00	1,00	1,15	1,25	1,40	0,86	1,09	1,01	1,20	0,97	1,09	1,01	1,25	0,83
2009Q4	3,82	2,96	3,07	3,09	3,49	3,78	4,17	2,69	3,34	3,10	3,63	3,00	3,34	3,10	3,78	2,59
2010Q1	2,83	2,12	2,20	2,21	2,55	2,79	3,13	1,90	2,42	2,22	2,66	2,14	2,42	2,22	2,79	1,82
2010Q2	4,12	3,11	3,23	3,25	3,72	4,06	4,54	2,80	3,54	3,26	3,88	3,15	3,55	3,26	4,06	2,69
2010Q3	5,23	3,96	4,11	4,14	4,74	5,17	5,77	3,57	4,51	4,16	4,94	4,01	4,52	4,15	5,17	3,43
2010Q4	4,58	3,58	3,70	3,72	4,20	4,53	4,98	3,26	4,02	3,74	4,36	3,62	4,02	3,73	4,53	3,14
2011Q1	4,37	3,29	3,42	3,44	3,95	4,32	4,83	2,96	3,76	3,46	4,12	3,34	3,76	3,46	4,32	2,85
2011Q2	5,00	3,82	3,96	3,98	4,54	4,94	5,50	3,45	4,33	4,00	4,73	3,86	4,34	3,99	4,94	3,31
2011Q3	4,66	3,57	3,70	3,73	4,24	4,60	5,11	3,23	4,04	3,74	4,41	3,62	4,05	3,74	4,60	3,11
2011Q4	5,21	4,11	4,25	4,27	4,79	5,16	5,65	3,76	4,59	4,29	4,97	4,16	4,60	4,28	5,15	3,63
2012Q1	3,95	3,01	3,12	3,14	3,58	3,90	4,34	2,71	3,41	3,15	3,73	3,04	3,42	3,15	3,90	2,61
2012Q2	2,12	1,63	1,69	1,70	1,93	2,09	2,32	1,48	1,84	1,71	2,01	1,65	1,85	1,71	2,09	1,43
2012Q3	1,79	1,39	1,43	1,44	1,63	1,77	1,95	1,26	1,56	1,45	1,70	1,40	1,56	1,45	1,77	1,21
2012Q4	0,72	0,57	0,59	0,59	0,66	0,71	0,77	0,52	0,64	0,60	0,69	0,58	0,64	0,60	0,71	0,51

Tabela 6. Oszacowane wartości tempa zmian r/r kwartalnych wojewódzkich PKB, otrzymane na podstawie formuły (8)

Okres	Województwo															
	dolnośląskie	kujawsko-pomorskie	lubelskie	lubuskie	łódzkie	małopolskie	mazowieckie	opolskie	podkarpackie	podlaskie	pomorskie	śląskie	świętokrzyskie	warmińsko-mazurskie	wielkopolskie	zachodniopomorskie
1996Q1	8,33	5,70	6,83	6,32	7,52	9,12	11,42	7,75	6,73	7,12	6,52	6,20	8,16	7,34	10,02	7,15
1996Q2	8,90	6,10	7,40	6,79	8,06	9,85	12,24	8,56	7,22	7,65	6,87	6,65	8,86	7,91	10,82	7,79
1996Q3	6,17	4,18	4,69	4,54	5,49	6,39	8,34	4,69	4,90	5,15	5,20	4,52	5,54	5,16	7,01	4,73
1996Q4	3,16	2,06	1,70	2,05	2,65	2,58	4,04	0,41	2,33	2,39	3,37	2,16	1,88	2,13	2,79	1,34
1997Q1	6,90	4,69	5,42	5,14	6,17	7,32	9,38	5,72	5,52	5,81	5,65	5,09	6,43	5,90	8,03	5,54
1997Q2	5,50	3,70	4,02	3,98	4,85	5,54	7,37	3,73	4,32	4,53	4,79	3,99	4,72	4,48	6,06	3,97
1997Q3	4,72	3,16	3,25	3,34	4,12	4,55	6,27	2,63	3,66	3,82	4,32	3,38	3,77	3,70	4,98	3,10
1997Q4	11,70	8,07	10,19	9,10	10,70	13,39	16,23	12,54	9,61	10,21	8,58	8,83	12,26	10,73	14,74	10,94
1998Q1	6,86	4,66	5,38	5,10	6,14	7,27	9,32	5,67	5,49	5,78	5,63	5,05	6,38	5,86	7,97	5,50
1998Q2	5,44	3,66	3,96	3,93	4,79	5,46	7,29	3,64	4,27	4,47	4,76	3,94	4,65	4,42	5,98	3,90
1998Q3	5,83	3,94	4,35	4,25	5,16	5,96	7,85	4,20	4,60	4,83	4,99	4,25	5,12	4,82	6,52	4,34
1998Q4	3,66	2,41	2,20	2,46	3,12	3,21	4,75	1,12	2,76	2,84	3,67	2,55	2,48	2,63	3,49	1,90
1999Q1	2,32	1,47	0,87	1,36	1,86	1,51	2,84	-0,78	1,62	1,62	2,85	1,51	0,85	1,28	1,62	0,40
1999Q2	3,70	2,44	2,24	2,49	3,16	3,26	4,81	1,18	2,79	2,88	3,70	2,59	2,53	2,67	3,55	1,95
1999Q3	4,94	3,31	3,47	3,52	4,33	4,83	6,58	2,94	3,85	4,02	4,45	3,55	4,04	3,92	5,28	3,34
1999Q4	8,32	5,70	6,83	6,31	7,52	9,12	11,42	7,75	6,73	7,12	6,52	6,20	8,16	7,33	10,02	7,15
2000Q1	6,55	4,44	5,07	4,85	5,84	6,87	8,88	5,22	5,22	5,49	5,44	4,81	6,00	5,54	7,53	5,15
2000Q2	5,79	3,91	4,32	4,22	5,13	5,91	7,80	4,15	4,57	4,80	4,97	4,22	5,08	4,78	6,47	4,30
2000Q3	3,29	2,15	1,83	2,15	2,77	2,74	4,22	0,59	2,44	2,50	3,44	2,26	2,03	2,26	2,97	1,49
2000Q4	3,38	2,21	1,92	2,23	2,85	2,85	4,35	0,72	2,52	2,58	3,50	2,33	2,14	2,35	3,09	1,58
2001Q1	3,15	2,05	1,69	2,04	2,64	2,56	4,02	0,39	2,32	2,37	3,36	2,15	1,86	2,11	2,77	1,33
2001Q2	1,40	0,81	-0,05	0,59	0,99	0,34	1,52	-2,10	0,83	0,77	2,29	0,79	-0,27	0,35	0,32	-0,64
2001Q3	2,25	1,41	0,79	1,29	1,79	1,42	2,73	-0,89	1,55	1,55	2,81	1,45	0,76	1,21	1,51	0,31
2001Q4	0,27	0,02	-1,17	-0,34	-0,08	-1,09	-0,09	-3,70	-0,13	-0,26	1,60	-0,10	-1,64	-0,79	-1,25	-1,91
2002Q1	1,05	0,57	-0,40	0,30	0,66	-0,10	1,02	-2,59	0,53	0,45	2,08	0,51	-0,69	0,00	-0,16	-1,03
2002Q2	2,43	1,54	0,97	1,44	1,96	1,64	2,99	-0,64	1,71	1,71	2,92	1,59	0,98	1,39	1,76	0,51
2002Q3	1,86	1,14	0,41	0,97	1,42	0,93	2,18	-1,44	1,22	1,19	2,57	1,15	0,29	0,82	0,97	-0,12
2002Q4	2,30	1,45	0,84	1,33	1,83	1,48	2,80	-0,82	1,59	1,59	2,84	1,49	0,82	1,26	1,58	0,37
2003Q1	3,42	2,24	1,96	2,27	2,90	2,91	4,41	0,78	2,56	2,63	3,53	2,37	2,19	2,39	3,16	1,64
2003Q2	4,72	3,16	3,25	3,34	4,12	4,55	6,27	2,63	3,66	3,82	4,32	3,38	3,77	3,70	4,98	3,10
2003Q3	4,04	2,68	2,57	2,77	3,48	3,69	5,29	1,66	3,08	3,19	3,90	2,85	2,94	3,01	4,02	2,33
2003Q4	4,75	3,18	3,28	3,36	4,15	4,59	6,31	2,67	3,69	3,84	4,34	3,41	3,81	3,73	5,02	3,13
2004Q1	7,72	5,27	6,24	5,82	6,95	8,36	10,56	6,89	6,22	6,57	6,15	5,73	7,43	6,73	9,18	6,47
2004Q2	6,10	4,13	4,62	4,48	5,42	6,30	8,24	4,59	4,84	5,08	5,16	4,46	5,45	5,09	6,91	4,65

Okres	Województwo															
	dolnośląskie	kujawsko-pomorskie	lubelskie	lubuskie	łódzkie	małopolskie	mazowieckie	opolskie	podkarpackie	podlaskie	pomorskie	śląskie	świętokrzyskie	warmińsko-mazurskie	wielkopolskie	zachodniopomorskie
2004Q3	4,31	2,87	2,84	3,00	3,73	4,04	5,68	2,04	3,31	3,44	4,07	3,06	3,28	3,29	4,40	2,64
2004Q4	4,93	3,31	3,46	3,51	4,32	4,82	6,57	2,93	3,84	4,01	4,45	3,55	4,03	3,91	5,27	3,33
2005Q1	4,38	2,91	2,91	3,05	3,79	4,12	5,77	2,14	3,37	3,50	4,11	3,11	3,35	3,35	4,49	2,71
2005Q2	2,41	1,52	0,95	1,42	1,94	1,62	2,96	-0,67	1,69	1,69	2,90	1,57	0,95	1,37	1,73	0,49
2005Q3	4,84	3,24	3,37	3,44	4,23	4,71	6,44	2,80	3,76	3,93	4,39	3,48	3,92	3,82	5,14	3,23
2005Q4	4,75	3,18	3,28	3,36	4,15	4,59	6,31	2,67	3,69	3,84	4,34	3,41	3,81	3,73	5,02	3,13
2006Q1	5,65	3,81	4,17	4,10	4,99	5,73	7,59	3,94	4,45	4,66	4,88	4,10	4,90	4,63	6,27	4,13
2006Q2	6,23	4,22	4,75	4,58	5,54	6,46	8,42	4,77	4,95	5,20	5,24	4,56	5,61	5,22	7,08	4,79
2006Q3	6,82	4,64	5,34	5,07	6,10	7,21	9,27	5,61	5,45	5,74	5,60	5,02	6,33	5,82	7,91	5,46
2006Q4	7,27	4,95	5,79	5,44	6,52	7,79	9,91	6,25	5,84	6,15	5,88	5,38	6,88	6,27	8,55	5,96
2007Q1	7,27	4,95	5,79	5,44	6,52	7,79	9,91	6,25	5,84	6,15	5,88	5,38	6,88	6,27	8,55	5,96
2007Q2	7,08	4,82	5,59	5,28	6,34	7,54	9,63	5,97	5,67	5,97	5,76	5,22	6,64	6,08	8,27	5,74
2007Q3	6,09	4,12	4,61	4,46	5,41	6,28	8,22	4,56	4,82	5,07	5,15	4,45	5,43	5,08	6,89	4,63
2007Q4	7,51	5,13	6,03	5,64	6,75	8,09	10,26	6,59	6,04	6,38	6,03	5,57	7,17	6,52	8,89	6,24
2008Q1	6,83	4,64	5,35	5,08	6,11	7,23	9,28	5,63	5,46	5,75	5,61	5,03	6,34	5,83	7,93	5,47
2008Q2	6,44	4,37	4,96	4,76	5,74	6,73	8,72	5,07	5,13	5,39	5,37	4,73	5,87	5,44	7,38	5,03
2008Q3	6,04	4,09	4,57	4,43	5,37	6,23	8,16	4,50	4,79	5,03	5,13	4,42	5,38	5,03	6,83	4,58
2008Q4	3,32	2,17	1,85	2,18	2,79	2,77	4,26	0,63	2,46	2,53	3,46	2,28	2,06	2,28	3,01	1,51
2009Q1	1,23	0,70	-0,22	0,45	0,83	0,13	1,28	-2,33	0,69	0,62	2,19	0,65	-0,48	0,18	0,09	-0,83
2009Q2	1,69	1,02	0,24	0,84	1,27	0,72	1,94	-1,68	1,08	1,04	2,47	1,02	0,09	0,65	0,74	-0,31
2009Q3	1,69	1,02	0,24	0,84	1,27	0,72	1,94	-1,68	1,08	1,04	2,47	1,02	0,09	0,65	0,74	-0,31
2009Q4	3,94	2,61	2,48	2,69	3,39	3,57	5,16	1,52	3,00	3,10	3,84	2,77	2,83	2,92	3,89	2,22
2010Q1	3,04	1,97	1,58	1,95	2,54	2,42	3,86	0,24	2,23	2,28	3,29	2,07	1,73	2,01	2,62	1,21
2010Q2	4,17	2,77	2,70	2,88	3,60	3,85	5,48	1,84	3,19	3,31	3,98	2,95	3,10	3,14	4,20	2,47
2010Q3	5,14	3,45	3,67	3,69	4,52	5,09	6,87	3,23	4,02	4,20	4,58	3,71	4,29	4,13	5,57	3,57
2010Q4	4,62	3,08	3,15	3,25	4,02	4,42	6,12	2,48	3,57	3,72	4,26	3,30	3,65	3,60	4,83	2,98
2011Q1	4,39	2,92	2,92	3,06	3,81	4,13	5,79	2,15	3,38	3,51	4,12	3,12	3,37	3,37	4,51	2,72
2011Q2	4,95	3,32	3,48	3,53	4,34	4,85	6,60	2,96	3,86	4,03	4,46	3,57	4,06	3,94	5,30	3,36
2011Q3	4,66	3,12	3,19	3,29	4,06	4,48	6,18	2,54	3,61	3,76	4,28	3,34	3,70	3,64	4,89	3,03
2011Q4	5,19	3,49	3,72	3,72	4,56	5,15	6,93	3,29	4,06	4,24	4,60	3,75	4,34	4,17	5,63	3,62
2012Q1	3,95	3,01	3,12	3,14	3,58	3,90	4,34	2,71	3,41	3,15	3,73	3,04	3,42	3,15	3,90	2,61
2012Q2	2,12	1,63	1,69	1,70	1,93	2,09	2,32	1,48	1,84	1,71	2,01	1,65	1,85	1,71	2,09	1,43
2012Q3	1,79	1,39	1,43	1,44	1,63	1,77	1,95	1,26	1,56	1,45	1,70	1,40	1,56	1,45	1,77	1,21
2012Q4	0,72	0,57	0,59	0,59	0,66	0,71	0,77	0,52	0,64	0,60	0,69	0,58	0,64	0,60	0,71	0,51



---

## QUARTERLY ESTIMATES OF REGIONAL GDP IN POLAND

### Summary

The paper uses a linear regression model to examine the temporal and spatial disaggregation of Poland's gross domestic product. The authors develop an approach based on estimating the structural parameters of linear regression in which annual regional GDP and its growth rate are used as dependent variables and annual national GDP and its changes play the role of explanatory variables. Pipień and Roszkowska estimate quarterly regional GDP and its changes as functions of the regression parameters. They compare alternative approaches with respect to the level of statistical uncertainty associated with the estimates. The sample covers the 1995–2012 period and the results obtained offer precise estimates of the rate of change in regional GDP, the authors say. Their research shows that regional differences in GDP growth are relatively small.

**Keywords:** regional GDP, temporal and spatial disaggregation, linear regression, estimation uncertainty

**JEL classification codes:** C13, C43, E01

---