GOSPODARKA NARODOWA

6
(280)
Rok LXXXV/XXVI
listopad–grudzień
2015
s. 141–150

Paul M. ROMER*

Niewłaściwe wykorzystanie matematyki w teorii wzrostu gospodarczego[1]

Polityka nie prowadzi do szeroko podzielanego konsensusu. Musi ona pozwalać na podjęcie decyzji, niezależnie od tego, czy konsensus przeważa, czy też nie. W efekcie instytucje polityczne stwarzają swoim uczestnikom zachęty do wyolbrzymiania różnic zdań pomiędzy konkurującymi stronnictwami. Ekspresyjne i wieloznaczne słowa służą zaś partyjnym interesom lepiej niż analityczne i precyzyjne sformułowania.

Nauka jest procesem, który prowadzi do szeroko podzielanego konsensusu. Jest prawdopodobnie jedynym społecznym procesem o takiej właściwości. Konsensus tworzy się wokół prawdziwych twierdzeń teoretycznych i empirycznych. Ścisłe połączenia pomiędzy wyrazami języka naturalnego a symbolami formalnego języka matematyki zachęcają do używania w nauce analitycznych i precyzyjnych słów.

Przez ostatnie dwie dekady, teoria wzrostu gospodarczego nie dokonała naukowego postępu zbliżającego ją do konsensusu. Podstawowym wyzwaniem pozostaje problem modelowania efektów skali, pojawiających się w wyniku nierywalizacyjnego charakteru idei. Telefonia komórkowa stanowi uwspółcześnienie fabryki szpilek, co pokazuje, że efekty skali są zbyt istotne, aby mogły zostać pominięte. Aby uwzględnić te efekty, wielu teoretyków wzrostu gospodarczego włączyło do swoich prac konkurencję monopolistyczną, ale

---

* Uniwersytet Nowojorski, Stern School of Business; e-mail: promer@stern.nyu.edu

1 Oryginalny tytuł: *Mathiness in the Theory of Economic Growth*. Artykuł ukazał się w "American Economic Review: Papers & Proceedings" 2015, vol. 105(5), s. 89–93. Pod adresem http://dx.doi.org/10.1257/aer.p20151066 znajdują się dodatkowe materiały oraz oświadczenie o prawach autorskich. Załącznik z materiałem pomocniczym jest dostępny na stronie internetowej autora, paulromer.net, oraz na stronie internetowej tego artykułu. Wsparcie prac zapewniła Fundacja Rockefellera.

wpływowa grupa tradycjonalistów wciąż utrzymuje wsparcie dla modelowania podmiotów gospodarujących, jako biorców cen w warunkach rosnących zewnętrznych korzyści skali. Pytanie, które należy tu postawić brzmi więc: dlaczego metody naukowe zawiodły i nie doprowadziły do rozwiązania sporu pomiędzy tymi dwiema grupami?

Ekonomiści zazwyczaj trzymają się nauki. Rober Solow [1956] zajmował się nauką, kiedy rozwijał swoją matematyczną teorię wzrostu gospodarczego. Mogą jednak zostać wciągnięci w rodzaj polityki o zabarwieniu akademickim (*academic politics*). Joan Robinson [1956] zajmowała się takim akademickim politykowaniem, kiedy rozpoczynała swoją kampanię przeciwko kapitałowi i łącznej funkcji produkcji.

Tak, jak każdej innej kategorii politycznej, polityce o zabarwieniu akademickim najlepiej służą słowa ekspresyjne i wieloznaczne. Jeśli jednak toczona debata staje się w oczywisty sposób upolityczniona, ekonomiści zainteresowani nauką zwyczajnie nie będą na nią zwracali uwagi. Styl, który nazywam *mathiness*[2], pozwala akademickim politykom na strojenie się w piórka nauki. W sposób zbliżony do teorii matematycznej, *mathiness* wykorzystuje mieszankę słów i symboli, ale zamiast tworzyć pomiędzy nimi ścisłe związki, pozostawia dość miejsca na prześlizgiwanie się pomiędzy tezami formułowanymi w językach naturalnym i formalnym, a także pomiędzy twierdzeniami o charakterze teoretycznym i sądami empirycznymi.

Matematyczna teoria wzrostu Solowa [1956] pozwoliła na umiejscowienie wyrazu „kapitał" w stworzonych przez niego matematycznych równaniach, a także w danych rachunku dochodu narodowego oraz bezpośrednio obserwowalnych obiektach, takich jak maszyny i budowle. Ścisłe połączenie pomiędzy tym słowem a równaniami nadało mu precyzyjnego znaczenia oraz ułatwiło utrzymanie równie silnego związku pomiędzy sądami teoretycznymi i empirycznymi. Matematyczna teoria płac Gary'ego Backera [1962] wyposażyła słowa „kapitał ludzki" w ten sam stopień precyzji i ustaliła te same dwa bliskie połączenia: pomiędzy słowami a matematyką oraz pomiędzy teorią a empirią. Również w tym przypadku, odpowiadający jej materiał empiryczny sięgał od danych zagregowanych, poprzez oficjalne dane mikroekonomiczne, aż do bezpośredniej obserwacji.

W przeciwieństwie do tych przykładów, McGrattan i Prescott [2010] przyznają zaproponowanemu przez siebie nowemu czynnikowi produkcji miano „lokalizacji", lecz *mathiness*, które prezentują, nie dostarcza mikroekonomicznych

---

2 Termin *mathiness*, jako wprowadzony przez P.M. Romera neologizm, nie posiada bezpośredniego odpowiednika w języku polskim. Często wskazuje się, że w języku angielskim pojęcie to zostało zbudowane przez analogię do słowa *truthiness*, oznaczającego „prawdę" nieposiadającą poparcia w dowodach, ale spójną z poglądem na świat osoby, która ją formułuje (por. J. Key, *Economist should keep to the facts, not feelings*, http://on.ft.com/1OWOMqV – 10.11.2015). Zaproponowane wyrażenie ma więc oddawać negatywny charakter zjawiska „udawanego", błędnie pojętego i niewłaściwie lub fragmentarycznie realizowanego wykorzystania matematyki w ekonomii, „pseudomatematyzacji" teorii ekonomicznych. Na wyraźną prośbę P.M. Romera, określenie *mathiness* pozostawiono w tekście w jego oryginalnym brzmieniu – przyp. tłum.

podstaw niezbędnych do nadania temu mianu właściwej treści. Autorzy wybrali bowiem słowo, które posiadało już wcześniej dwa precyzyjne znaczenia, przypisane mu przez matematyczne teorie zróżnicowania produktu oraz geografii ekonomicznej, przy czym żadne z tych znaczeń nie znajduje zastosowania w ich modelu i są one całkowicie odmienne od zaproponowanych przez nich formalnych zależności.

Mathiness w ich artykule nie daje również wskazówek dotyczących zależności pomiędzy twierdzeniami teoretycznymi i empirycznym. „Lokalizacja", jako wielkość, nie posiada żadnej jednostki pomiaru. Pojęcie to nie odnosi się do niczego, co mogłoby zostać zaobserwowane. W wyniku uderzającego (lecz pouczającego) prześlizgnięcia się pomiędzy sądami teoretycznymi i empirycznymi, autorzy – bez żadnych wyjaśnień – dochodzą do wniosku, że podaż lokalizacji w kraju jest proporcjonalna do liczby jego mieszkańców. Prowadzi to do pytania, na które nie odpowiadają składające się na model równania. Jeżeli współczynnik obciążenia demograficznego oraz wielkość populacji wzrastają w tym samym czasie, utrzymując liczbę osób w wieku produkcyjnym i podaż pracy na niezmienionych poziomach, to jaki mechanizm powoduje wzrost łącznej produkcji?

Tekst McGrattana i Prescotta [2010] stanowi jeden z kilku artykułów napisanych przez tradycjonalistów, w których wykorzystano *mathiness* na rzecz promocji modeli wzrostu gospodarczego opartych na założeniach konkurencji doskonałej. W naturalny sposób można dojść do wniosku, że użycie przez tych autorów *mathiness* wyznacza przejście z obszaru nauki do polityki o zabarwieniu akademickim, wynikające przypuszczalnie z tego, że w naukowej debacie stali oni na straconej pozycji. Skoro tak, to paraliż i polaryzacja teorii wzrostu gospodarczego nie są przejawem problemów czysto naukowych. Są spodziewanym efektem działań o charakterze politycznym.

Jeśli *mathiness* byłoby wykorzystywane niezbyt często, aby spowolnić procesu dochodzenia do nowego konsensusu naukowego, to spowodowałoby szkody o ograniczonym zasięgu i przejściowym charakterze. Niestety, problem tzw. rynku bubli (*market for lemons*) podpowiada nam, że wraz ze zwiększaniem się ilości prac, które je zawierają, *mathiness* może wyrządzić trwałe szkody, wynikające z kosztownego wysiłku potrzebnego do odróżnienia niewłaściwie realizowanej matematyzacji od poprawnych teorii ekonomicznych.

Rynek modeli matematycznych może przetrwać kilka gniotów (*lemon articles*) wypełnionych *mathiness*. Czytelnicy obniżą nieco wartość każdego kolejnego artykułu zawierającego symbole matematyczne, ale będą nadal uznawać, że warto poświęcać czas, aby przebrnąć przez formalne argumenty, zweryfikować ich poprawność, ścisłość połączeń pomiędzy symbolami matematycznymi a słowami oraz płynące z nich wnioski dla pomiaru i obserwacji zmiennych. Jeżeli jednak czytelnicy zawiodą się na *mathiness* zbyt wiele razy i dojdą do wniosku, że ta praktyka marnuje ich czas, to przestaną brać na poważnie teksty zawierające symbole matematyczne. W odpowiedzi na takie zachowanie odbiorców, autorzy tekstów przestaną wykonywać trudną pracę niezbędną dla zapewniania podaży prawdziwej zmatematyzowanej teorii.

Jeśli nikt nie wkłada wysiłku w odróżnienie *mathiness* od poprawnych modeli matematycznych, to czemu nie pójść na skróty i nie zacząć czerpać korzyści z obniżenia standardu prac, na który pozwala? Upadnie rynek zmatematyzowanych modeli ekonomicznych. W obiegu postanie tylko *mathiness*. Przetrwa ono w tym otoczeniu jako forma rozrywki, która – mimo niskiej wartości – pozostanie tania w produkcji.

Ekonomiści mają wspólny interes w wyprowadzeniu problemu *mathiness* na światło dzienne. Dokonamy szybszego postępu naukowego, jeśli będziemy mogli w dalszym ciągu polegać na jasności i precyzji, jaką matematyka wnosi do słownictwa, którym się posługujemy. Stanie się tak, gdy prowadząc analizy danych i obserwacji, będziemy wciąż wykorzystywać i udoskonalać abstrakcyjne, lecz wyraziste pojęcia wyeksponowane w modelach matematycznych – pojęcia takie, jak kapitał rzeczowy, kapitał ludzki czy nierywalizacyjność.

I. Efekty skali

Liczba telefonów komórkowych w 1970 r. wynosiła zero. Dziś jest ich ponad sześć miliardów. Teoria wzrostu gospodarczego powinna pomóc nam wytłumaczyć właśnie tego rodzaju przemiany.

Przyjmijmy, że q oznacza indywidualną konsumpcję usług telefonii komórkowej. Dla wartości parametru a [0, 1], niech $p = D(q) = q^{-a}$ będzie odwrotnością krzywej indywidualnego popytu, dla której wszystkie inne dobra w gospodarce traktujemy jako punkt odniesienia do wyznaczenia cen tych usług (*numeraire*). Niech N oznacza liczbę uczestników rynku. Zakładając istnienie wynalazku telefonu komórkowego, określmy odwrotność krzywej ich podaży dla łącznej wielkości $Q = qN$ jako wyrażenie $p = S(q) = Q^b$ dla b [0, ∞].

Jeżeli cena i liczba telefonów komórkowych jest wyznacza przez porównanie $D(q) = m \times S(Nq)$, tak aby czynnik $m \geq 1$ określał narzut cenowy względem krańcowego kosztu produkcji, to ogólna nadwyżka S wynikająca z wynalazku telefonii komórkowej przyjmuje postać:

$$S = C(a,b,m) \times N^{\frac{a(1+b)}{a+b}},$$

gdzie $C(a,b,m)$ jest zawiłym wyrażeniem algebraicznym. Nadwyżka ta zmienia się proporcjonalnie do wielkości N podniesionej do potęgi z przedziału pomiędzy a oraz 1. Jeżeli $b = 0$, tak aby krzywa podaży urządzeń komórkowych była pozioma, nadwyżka zmieniałaby się liniowo w zależności od N. Gdyby założyć dodatkowo, że $a = \frac{1}{2}$, to wyrażenie odpowiadające nadwyżce upraszcza się do:

$$S = \frac{2m-1}{m^2} N.$$

Przyjęcie powyższych wartości parametrów sprawia, że podatek lub narzut monopolistyczny powodujący wzrost m z 1 do 2, doprowadziłby do pomnożenia S o czynnik wynoszący 0,75. Wzrost wartości N z okolic 10^2 mieszkańców wioski do 10^{10} ludzi w zasięgu połączonego rynku światowego spowodowałby zmianę S aż o 10^8 razy.

Tak znaczące efekty proszą zazwyczaj o naszą wzmożoną uwagę.

II. Podział w teorii wzrostu gospodarczego

Tradycyjny sposób uwzględniania efektów skali w teorii wzrostu został zaproponowany przez Marshalla [1890]. Zgodnie z tą konwencją, produkcję usług telefonicznych w każdej z wielu firm wchodzących w skład jednej gałęzi przemysłu można zapisać jako $g(X)f(x)$, gdzie x zawiera zbiór czynników produkcji kontrolowanych przez dane przedsiębiorstwo, a X opisuje katalog czynników wytwórczych całej gałęzi. Jednym z oczywistych problemów związanych z tym podejściem jest brak podstaw pozwalających na wyznaczenie zakresu korzystnych efektów zewnętrznych, określonych wyrażeniem $g(X)$. Czy ich zaistnienie wymaga bezpośrednich interakcji pomiędzy przedsiębiorstwami? Produkcji w tym samym mieście, w tym samym kraju, czy w jakiejkolwiek innej lokalizacji?

Jeżeli dokonamy podziału $x=(a,z)$ na nierywalizacyjne czynniki produkcji a oraz rywalizacyjne czynniki produkcji z, to przyjęcie tzw. standardowego argumentu replikacyjnego[3] (*standard replication argument*) sprawia, że f musi być funkcją jednorodną pierwszego stopnia dla argumentów obejmujących czynniki z. Twierdzenie Eulera o funkcji jednorodnej wskazuje dalej, że wartość produkcji jest równa wynagrodzeniu rywalizacyjnych czynników produkcji z. W analizie równowagi ogólnej wszystko, co przypomina nadwyżkę producenta lub rodzaj „marshallowskej renty", jest zatem w rzeczywistości częścią wynagrodzenia płaconego za rywalizacyjne czynniki produkcji.

Dalszą konsekwencją tego rozumowania jest uznanie, że nie istnieją nierywalizacyjne czynniki produkcji a, które przedsiębiorstwo mogłoby wykorzystywać, wyłączając jednocześnie inne podmioty z jego użytkowania. Produkcja pojedynczego przedsiębiorstwa musi więc przyjąć postać $Af(z)$, gdzie A jest jednocześnie nierywalizacyjne i w pełni niewykluczalne, a tym samym jest dobrem publicznym.

Ja sam zacząłem swoje prace nad wzrostem gospodarczym, modelując podmioty jako biorców cen w warunkach rosnących zewnętrznych korzyści skali. Zmieniłem jednak te ramy analityczne na konkurencję monopolitystyczną, ponieważ dopuszcza ona możliwość uwzględnienia przynajmniej częściowej wykluczalności idei. Ta częściowa wykluczalność oferuje znacznie bardziej precyzyjny sposób myślenia o efektach zewnętrznych. Nierywalizacyjność, która jest od niej logicznie niezależna, stanowi nieodłączną cechę idei oraz źródło efektów skali, czyli centralny element każdej wiarygodnej próby wyjaśnienia niedawnych doświadczeń z telefonią komórkową, a w kategoriach

---

3 Argument ten zakłada występowanie stałych przychodów skali produkcji – przyp. tłum.

bardziej ogólnych, zmian zachodzących w szerokim spektrum historii ludzkości [Jones, Romer, 2010].

W modelach, które pozwalają na wprowadzenie częściowej wykluczalności dóbr nierywalizacyjnych, idee nie muszą być traktowane jako czyste dobra publiczne. W ich ramach, przedsiębiorstwa posiadają bodźce do tworzenia nowych idei, takich jak telefon komórkowy [Romer, 1990], lub do sprzyjania międzynarodowej dyfuzji istniejących już koncepcji [Romer, 1994]. Korzystając z takich modeli, badacz może postawić pytanie, dlaczego niektóre z wartościowych nierywalizacyjnych idei rozprzestrzeniają się znacznie wolniej niż telefonia komórkowa, a także dociekać, w jaki sposób polityka publiczna może wpływać na stopień upowszechnienia tych idei, zmieniając bodźce, w obliczu których stoją przedsiębiorstwa.

Podczas gdy wielu teoretyków wzrostu gospodarczego poszło w ślady badaczy handlu międzynarodowego, studiując modele makroekonomiczne z konkurencją monopolistyczną, tradycjonaliści, pracujący z wykorzystaniem modeli opartych na mikroekonomicznych podstawach, zachowali swoje przywiązanie do opisywania podmiotów gospodarujących jako biorców cen i trzymali się ograniczenia zerowej wykluczalności idei, niezbędnego dla uzyskania marshallowskich rosnących zewnętrznych korzyści skali. Prawdopodobnie z powodu nierozwiązanej kwestii zasięgu efektów zewnętrznych, uwagę zwrócono w stronę modeli, w których przepływ idei wymaga osobistej interakcji podmiotów. Ponieważ charakter bodźców ujmowanych w tych modelach nie zachęca ani do kreacji, ani do rozprzestrzeniania idei, podmioty wymieniają je w taki sam sposób, jak molekuły gazu wymieniają energię: niedobrowolnie, poprzez przypadkowe spotkania. Biorąc pod uwagę ostre ograniczenia nakładane przez formalne ramy tych modeli, nie jest zaskoczeniem, że tradycjonalistom spodobały się dodatkowe stopnie swobody, wynikające z pozwolenia na wyślizgnięcie się słów z tej matematycznej struktury.

III. Przykłady *mathiness*

McGrattan i Prescott [2010] nakreślili dość swobodny związek pomiędzy nieposiadającym znaczenia słowem a uzyskanymi przez siebie wynikami matematycznymi. *Mathiness* w artykule *Innowacja doskonale konkurencyjna* (*Perfectly Competitive Innovation*) [Boldrin, Levine, 2008] przyjmuje za to właściwości opisane pojęciami użytymi w tytule tej pracy. Pojęcia te, posiadające przecież powszechnie uznany, ścisły związek z aktualnymi wnioskami z modeli matematycznych, przeciwstawiane są zupełnie odmiennym wynikom obliczeń dostarczonych przez autorów. W początkowym okresie analizy prowadzonej za pomocą ich modelu, innowator jest monopolistą, wyłącznym rynkowym dostawcą niedawno opracowanego produktu. Autorzy zakładają jednak, że monopolista ten zachowuje się tak, jakby był biorcą cen, czym zmuszają go do przyjęcia za wytwarzane przez niego dobro zewnętrznie określonej ceny.

Oprócz wykorzystywania pojęć nieprzystających do przedstawionego modelu matematycznego, Boldrin i Levine [2008] stawiają również słowne twierdzenia pozbawione związku z jakimkolwiek rodzajem analizy formalnej. Uznają na przykład, że tok rozumowania bazujący na twierdzeniu Eulera nie znajduje zastosowania w ich modelu, ponieważ cena byłaby równa krańcowemu kosztowi produkcji tylko w przypadku braku ograniczeń możliwości produkcyjnych. Robert Lucas posługuje się tą samą kategorią swobodnych, słownych twierdzeń, aby odrzucić wszelką rolę książek czy schematów produkcyjnych w modelowaniu idei. „Część wiedzy może zostać »zawarta« w książkach, wzorach przemysłowych, maszynach i innych rodzajach kapitału rzeczowego, a my wiemy, w jaki sposób wprowadzić kapitał rzeczowy do modelu wzrostu. Wiemy jednak również, że zabieg ten nie zapewnia – sam z siebie – motoru podtrzymanego wzrostu gospodarczego" [Lucas, 2009, s. 6]. Dobrze znane modele matematyczne dowodzą fałszywości obu powyższych stwierdzeń. Każdy dwusektorowy model wzrostu pozwoli wykazać, że przeprowadzona w stylu Marshalla analiza częściowej równowagi rynkowej wyprowadziła Boldrina i Levine'a na manowce. Każdy endogeniczny model wzrostu, obejmujący powiększającą się różnorodność dóbr inwestycyjnych lub drabinę dóbr inwestycyjnych o coraz wyższej jakości, posłuży zaś jako kontrprzykład dla wniosku, który Lucas uznaje za powszechnie znany.

W artykule Lucasa i Molla [2014] *mathiness* obejmuje zarówno słowa oderwane od rezultatów formalnej analizy, jak i nieprawidłowo wyspecyfikowany model matematyczny. Podstawowy model zawarty w ich artykule opiera się na założeniu *P*, które przypisuje rozkładowi początkowego zasobu wiedzy pomiędzy pracowników nieograniczony zakres oraz gruby ogon rozkładu Pareto. Wychodząc z tej przesłanki, Lucas i Moll pokazują, że dyfuzja wiedzy, będąca rezultatem występujących z losową częstotliwością spotkań pomiędzy pracownikami, generuje stopę wzrostu gospodarczego $g[P](t)$, która zbiega do $\gamma > 0$ przy t dążącym do nieskończoności.

Założenie *P* jest trudne do uzasadnienia, ponieważ wymaga przyjęcia, że całość technologii wytwórczej, jaka będzie dostępna kiedykolwiek w przyszłości, jest już wykorzystywana w czasie zero. Autorzy proponują więc „alternatywną interpretację, którą uważamy za obserwacyjnie równoważną (*observationally equivalent*): zasób wiedzy w czasie 0 jest ograniczony, natomiast nowej wiedzy przybywa z dowolnie niską częstotliwością" [Lucas, Moll, 2014, s. 11]. W tym alternatywnym ujęciu, rozważamy zbiór systemów gospodarczych, z których wszystkie zaczynają z założeniem *B* (od ograniczonej (*bounded*) wiedzy początkowej). Założenie to samoistnie prowadzi do wniosku, że stopa wzrostu gospodarczego osiągnie zero w momencie, w którym wszyscy poznają całość dostępnej wiedzy. Tymczasem nowe strumienie wiedzy – zmienna losowa podlegająca rozkładowi o ogonie Pareto – wtłaczane są z intensywnością odpowiadającą stopie β, tak że gospodarka *B* ulega ostatecznie przekształceniu w gospodarkę *P*. Wraz z obniżaniem stopy kreacji nowej wiedzy β do dowolnie niskich wartości, czas, który musi upłynąć pomiędzy przejściem z B do P, wydłuża się również do wybranego okresu (więcej szczegółów w załączniku online).

Dla danej wartości $\beta > 0$, niech $\beta : B \to P$ oznacza konkretną gospodarkę ze wspomnianego wcześniej zbioru. Każda obserwacja stopy wzrostu gospodarczego musi mieć miejsce w skończonym momencie T. Jeżeli T jest dostatecznie duże, wartość $g[P](T)$ zbliży się do γ, natomiast $g[\beta : B \to P](T)$ będzie dowolnie blisko zera w zależności od wybranej stopy tworzenia nowej wiedzy β. Oznacza to, że dowolny zbiór obserwacji stóp wzrostu gospodarczego ujawni, iż dla odpowiednio niskich wartości β, gospodarka P jest dostrzegalnie odmienna od każdej gospodarki $\beta : B \to P$. W tradycyjnym rozumieniu tego wyrażenia, nie są one obserwacyjnie równoważne.

W tym przypadku, *mathiness* obejmuje więcej niż tylko niekonwencjonalną interpretację wyrażenia „obserwacyjnie równoważny". Odpowiadająca za to zjawisko część analizy formalnej polega na przyjęciu określonej kolejności obliczania podwójnej granicy funkcji $\lim_{\beta\to\infty}(\lim_{T\to\infty} g[\beta : B \to P](T))$, która prowadzi do otrzymania unikatowego wyniku γ, będącego jednocześnie graniczną stopą wzrostu w gospodarce P. Próba obliczenia tej granicy w odwrotnym porządku, $\lim_{T\to\infty}(\lim_{\beta\to\infty} g[\beta : B \to P](T))$, daje mimo wszystko inną odpowiedź, 0. Lucas i Moll [2014] przeprowadzają wyłącznie pierwszy rodzaj obliczeń i uzasadniają za jego pomocą swoje domniemanie o obserwacyjnej równoważności gospodarek B i P. Linia rozumowania biorąca matematykę na poważnie, doprowadziłaby ich jednak do spostrzeżenia, że ta podwójna granica nie istnieje i zaleciła ostrożność w przydawaniu interpretacji wartości granicy obliczonej w pierwszej lub w drugiej kolejności.

IV. Nowa równowaga na rynku ekonomii matematycznej

Jak odnotowano w materiałach załączonych do artykułu, dowód zaprezentowany w pracy Lucasa [2009] zawiera pomyłkę. Przeprowadzenie tego dowodu wymaga bowiem, aby iloraz $\frac{\alpha}{\gamma}$ był mniejszy od 1. Tymczasem na tej samej stronie artykułu pojawia się wyrażenie określające γ, $\gamma = \alpha \frac{\gamma}{\gamma + \delta}$, a zatem wszystkie z parametrów α, γ i δ są dodatnie i wyraz $\frac{\alpha}{\gamma}$ musi być większy od jedności. Każdy, kto posługuje się matematyką wie, że wykonanie takiego sprawdzianu jest wręcz przygnębiająco łatwe. Nie oznacza to od razu wykorzystania przez autora *mathiness*. Fakt, że nie podjęto sprawdzenia tej formuły na etapie roboczej wersji tekstu lub w trakcie procesu wydawniczego, mówi nam jednak całkiem sporo na temat nowego stanu równowagi w ekonomii. Ani koledzy, którzy czytali wersję roboczą artykułu, ani recenzenci, ani wydawcy czasopisma nie przywiązują uwagi do matematycznej strony powstających opracowań.

Po przeczytaniu roboczej wersji ich artykułu, powiedziałem Lucasowi i Mollowi o zauważonej przeze mnie nieciągłości funkcji w granicy i problemie, jaki stwarza to dla ich twierdzenia o obserwacyjnej równoważności. Pozostawili oni część wywodu obejmującą obliczenia granicy w ich artykule, nie zwracając uwagi na wskazaną nieciągłość, a „Journal of Political Economy" opublikował tę wersję pracy. Może to stanowić odzwierciedlenie podzielanego przez autorów i wydawców osądu, że – przynajmniej w obszarze teorii wzrostu gospodarczego – znajdujemy się już w nowym stanie równowagi, w którym czytelnicy oczekują *mathiness* i akceptują tę sytuację.

Ostatni przykład pochodzi z pracy Piketty'ego i Zucmana [2014], którzy powołują się na następujący wniosek z modelu wzrostu: w warunkach stałej stopy oszczędności, kiedy stopa wzrostu gospodarczego spada o połowę, to relacja majątku (*wealth*) do łącznego dochodu ulega podwojeniu. Odnotowują oni, że formuła, którą się posługują – $W / Y = s / g$ – bazuje na założeniu, iż zarówno dochód narodowy, jak i stopa oszczędności s są wyrażone w wielkościach netto, z uwzględnieniem amortyzacji. Stwierdzają, że jeśli analiza jest prowadzona z wykorzystaniem kategorii stopy oszczędności brutto i dochodu narodowego brutto, to wzór musi zostać zmodyfikowany do postaci $W / Y = s / (g + \delta)$, obejmującej stopę amortyzacji δ.

Więcej na temat tych obliczeń dowiedziałem się z tekstu Krusella i Smitha [2014]. Jeżeli stopa wzrostu gospodarczego spada, a stopa oszczędności *netto* pozostaje stała, to stopa oszczędności *brutto* musi wzrosnąć. Przykładowo, dla ustalonej stopy oszczędności netto wynoszącej 10% oraz stopy amortyzacji równej 3%, spadek stopy wzrostu gospodarczego z 3% do 1,5% wywołuje wzrost stopy oszczędności brutto z 18% do 25%. Oznacza to, że wyrażenie $s / (g + \delta)$ zostaje pomnożone przez czynnik równy 1,33 w bezpośrednim wyniku spadku g oraz przez czynnik równy 1,38 związany z indukowaną zmianą s. Trzeci czynnik, wynoszący 1,09, jest skutkiem wzrostu ilorazu łącznego dochodu brutto do dochodu netto, wywołanego spadkiem g. Te trzy czynniki, których łączny iloczyn wynosi 2, pozwalają na rozłożenie zmiany W / Y obliczonej w kategoriach netto na równoważne im zmiany w modelu, w którym poszczególne wielkości mierzone są w ujęciu brutto.

Piketty i Zucman [2014] przedstawiają swoje dane i analizę empiryczną z godną podziwu jasnością i precyzją. Przyjmując niższy stopień szczegółowości teoretycznej strony ich pracy, być może również oni odpowiedzieli na oczekiwania odbiorców ukształtowane w nowym stanie równowagi: analiza empiryczna jest nauką, teoria – rozrywką. Prezentacja modelu może zostać porównana do sztuczki karcianej. Każdy wie, że będzie ona zawierała pewną dozę manipulacji. Trudno mówić przy tym o zamiarze oszukania odbiorców, bo nikt nie bierze tego przedstawienia na poważnie. Niewykluczone, że nasze standardy będą wkrótce przypominały te, cechujące zawodowych iluzjonistów i ujawnianie sposobu, w jaki działa czyjaś sztuczka będzie uznawane za niegrzeczne, a może nawet niemoralne.

W czasach, kiedy uczyłem się ekonomii matematycznej, dominował inny stan równowagi. Nie we wszystkich przypadkach, ale w stopniu znacznie większym, niż ma to miejsce dzisiaj, kiedy ekonomiści-teoretycy wykorzystywali matematykę do badania abstrakcyjnych koncepcji, punktem honoru było podejście do tego zadania z właściwą jasnością, precyzją i rygorem. Również w tamtym czasie grupa ekonomistów takich, jak Robinson, uciekała się do *mathiness* jako ostatniej deski ratunku w obliczu przegrywanej bitwy, ale próby te niosły za sobą ryzyko. Cierpiała na tym ich reputacja.

Jeżeli osiągnęliśmy już stan równowagi charakterystyczny dla wspomnianego rynku bubli, na którym oferuje się teraz tylko *mathiness*, to odbije się to negatywnie na przyszłych pokoleniach ekonomistów. Przecież w jaki sposób Piketty i Zucman uporządkowaliby swoje spojrzenie na historię, nie mając dostępu do abstrakcyjnego pojęcia, które znamy jako kapitał? Gdzie bylibyśmy dzisiaj, gdyby matematyka Roberta Solowa została zdominowana przez *mathiness* Joan Robinson?

Tłumaczenie: *Jakub Janus*

Bibliografia

Becker G.S. [1962], *Investment in Human Capital: A Theoretical Analysis*, "Journal of Political Economy", vol. 70(5), s. 9–49.

Boldrin M., Levine D.K. [2008], *Perfectly Competitive Innovation*, "Journal of Monetary Economics", vol. 55(3), s. 435–453.

Jones C.I., Romer P.M. [2010], *The New Kaldor Facts: Ideas, Institutions, Population, and Human Capital*, "American Economic Journal: Macroeconomics", vol. 2(1), s. 224–245.

Krusell P., Smith A.A. [2014], *Is Piketty's Second Law of Capitalism Fundamental*, http://aida.wss.yale.edu/smith/piketty1.pdf (31.03.2015).

Lucas Jr.R.E. [2009], *Ideas and Growth*, "Economica", vol. 76(301), s. 1–19.

Lucas Jr.R.E., Moll B. [2014], *Knowledge Growth and the Allocation of Time*, "Journal of Political Economy", vol. 122(1), s. 1–51.

Marshall A. [1890], *Principles of Economics*, Macmillan and Co, London.

McGrattan E.R., Prescott E.C. [2010], *Technology Capital and the US Current Account*, "American Economic Review", vol. 100(4), s. 1493–1522.

Piketty T., Zucman G. [2014], *Capital is Back: Wealth-Income Ratios in Rich Countries 1700–2010*, "Quarterly Journal of Economics", vol. 129(3), s. 1255–1310.

Robinson J. [1956], *Accumulation of Capital*, Richard D. Irwin, Homewood, IL.

Romer P.M. [1990], *Endogenous Technological Change*, "Journal of Political Economy", vol. 98(5), s. S71 – S102.

Romer P.M. [1994], *New Goods, Old Theory, and the Welfare Costs of Trade Restrictions*, "Journal of Development Economics", vol. 43, s. 5–38.

Solow R.M. [1956], *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, "Quarterly Journal of Economics", vol. 70(1), s. 65–94.