

---

Aleksander WELFE\*

Piotr KARP\*\*

## Makroekonometryczny miesięczny model gospodarki Polski WM-1<sup>1</sup>

---

**Streszczenie:** Makroekonometryczny model WM-1 jest pierwszym makromodelem opisującym funkcjonowanie gospodarki Polski opartym na danych miesięcznych. Jak wynika z testowania, większość kategorii, którymi operuje, jest generowana przez niestacjonarne procesy stochastyczne. Estymacja parametrów została tak przeprowadzona, aby zapewnić kointegrację zmiennych, co pozwala uniknąć tzw. regresji pozornych oraz przeprowadzić prawidłową weryfikację hipotez. Specyfikacja wszystkich zależności behawioralnych wynika z teorii ekonomicznych. W modelu wykorzystano w szerokim zakresie dane pochodzące z tablic input-output, co zbliża model WM-1 do tzw. modeli zintegrowanych. W przypadku wielu ważnych równań uwzględnione zostało zjawisko niesymetryczności dostosowań.

**Słowa kluczowe:** makromodele, modelowanie ekonometryczne

**Kody klasyfikacji JEL:** C30, C32, C51

---

Artykuł nadesłany 13 marca 2017 r., zaakceptowany 7 czerwca 2017 r.

---

---

\* Uniwersytet Łódzki, Katedra Modeli i Prognoz Ekonometrycznych; e-mail: emfalw@uni.lodz.pl

\*\* Uniwersytet Łódzki, Katedra Modeli i Prognoz Ekonometrycznych; e-mail: emfpik@uni.lodz.pl

<sup>1</sup> Budowa modelu nie byłaby możliwa bez finansowego wsparcia ze strony grantu NCN MAESTRO 4 DEC-2013/08/A/HS4/00612. Autorzy pragną podziękować członkom Zespołu Modelowania Ekonometrycznego za życzliwą i wnikliwą krytykę, która pozwoliła na udoskonalenie pierwotnej wersji modelu. Cenną pomoc uzyskali od Jakuba Boratyńskiego, Roberta Kelma, Michała Majsterka i Michała Przybylińskiego za co są bardzo wdzięczni.

## Wstęp

Już na wstępnym etapie rozwoju ekonomii zaczął przeważać pogląd, że mechanizmy determinujące funkcjonowanie gospodarek narodowych i innych dużych systemów nie są prostą agregacją zachowań poszczególnych podmiotów ekonomicznych. W ten sposób wykształciła się makroekonomia jako odrębna subdyscyplina będąca zarówno obszarem badań, jak i kształcenia akademickiego. Bardzo wczesnie ujawniła się także potrzeba skwantyfikowanego opisu procesów makroekonomicznych, który umożliwiłby weryfikację formułowanych na gruncie teorii hipotez, a w dalszej kolejności – prognozowanie. Pierwszą taką próbę podjął Jan Tinbergen (pierwszy laureat Nagrody im. Alfreda Nobla w dziedzinie ekonomii przyznanej w roku 1969), konstruując w latach 30. XXw. ekonometryczne makromodele gospodarki Holandii i – na zamówienie Ligi Narodów – USA. Druga wojna światowa przerwała te prace, ale niedługo po jej zakończeniu Lawrence R. Klein (laureat Nagrody im. Alfreda Nobla w roku 1980) zbudował najpierw makromodel nazwany Klein I i później model – Kleina-Goldbergera, opisujące gospodarkę amerykańską (świetne przeglądy historii makromodeli gospodarki USA można znaleźć w: Intriligator [1978: 430–468], Bodkin i in. (red) [1991]). Parametry tych modeli były estymowane – odnosząc to do dzisiejszych standardów – na bardzo krótkich, rocznych szeregach czasowych za pomocą najprostszych metod (najmniejszych kwadratów i największej wiarygodności z ograniczoną informacją), zaś struktura przeważającej liczby równań była statyczna. Pomimo tego, konstrukcja tych modeli wymagała rozwiązania wielu problemów, także numerycznych i technicznych (w przypadku wspomnianych modeli Tinbergena obliczeń dokonywał zespół rachmistrzów, bowiem komputery powstały dopiero w latach 40.). Model Kleina-Goldbergera, jako pierwszy w historii, został wykorzystany w analizach mnożnikowych i do prognozowania<sup>2</sup>. Zarówno ciekawość badawcza, jak i możliwość praktycznych zastosowań spowodowała, że w bardzo krótkim czasie zbudowano modele dla większości uprzemysłowionych krajów świata (por. przegląd w: Welfe [2013]).

Wzrost dostępności danych i względy aplikacyjne (prognozowanie dla krótszych okresów) spowodowały, że począwszy od lat 60. XXw. równoległe do modeli rocznych zaczęto konstruować modele oparte na kwartalnych szeregach czasowych. Rósł także stopień dezagregacji poprzez wprowadzanie podziału na sekcje (sektory), grupy dóbr i usług konsumpcyjnych, gałęzie przemysłu (przy wykorzystaniu macierzy *input-output*), co powodowało, że rozmiary modeli często przekraczały 200 równań (np. modele serii Brookings dla gospodarki USA, por. Duesenberry i in. [1965, 1969]), a niekiedy nawet 1000 (np. modele FIFI dla Francji, por. Aglietta, Courbis [1969], Aglietta i in. [1973]). Umożliwiało to w wielu przypadkach zarówno precyzyjniejsze od-

---

<sup>2</sup> L.R. Klein zawsze podkreślał, że wyniki prognoz otrzymywanych na modelu są najlepszym jego sprawdzianem. Nie bez przyczyny Komitet Noblowski w uzasadnieniu werdyktu zaakcentował wkład L.R. Kleina do prognozowania opartego na makromodelach.

wzorowanie mechanizmów, jak i dostarczanie różnym odbiorcom wyników analiz symulacyjnych o pożądanym stopniu szczegółowości. Wkrótce potem zbudowane zostały modele oparte na danych miesięcznych, które ciągle doskonalsze, współcześnie stanowią w większości krajów rozwiniętych podstawowe narzędzie średnio- i długookresowych prognoz i są w tym celu standardowo wykorzystywane przez instytucje rządowe, banki centralne oraz duże korporacje i przedsiębiorstwa.

Sytuacja w Polsce była znacznie trudniejsza. Po pierwsze, dane roczne dotyczące większości makrokategorii będących standardowo przedmiotem modelowania ekonometrycznego zaczęto publikować regularnie dopiero od roku 1960. Po drugie, powszechne było przekonanie, że gospodarka socjalistyczna jest w znacznej mierze podporządkowana planowaniu centralnemu, co wyklucza funkcjonowanie autonomicznych (rynkowych) mechanizmów ekonomicznych. Pomimo tego, w drugiej połowie lat 60. XX w. powstał pierwszy, o bardzo ograniczonych rozmiarach, całkowicie podażowo zorientowany, makromodel gospodarki Polski (por. Barczak i in. [1968]). Niedługo później, już na początku lat 70. zbudowany został model KP-1 (a następnie jego kolejna wersja KP-2), również zorientowany podażowo (por. Maciejewski i in. [1973], Maciejewski, Zajchowski [1974]), który w zamyśle miał służyć analizom realizacji planu 5-letniego 1971–1975. W tym samym czasie powstał model W-1 (por. Welfe W. [1973]), pierwszy z rodziny modeli W, które w bardzo różnych wariantach konstruowane są do dziś (por. omówienie modeli W budowanych w latach 70. i 80. w: Welfe W. [1992]). Koncepcja tego modelu była zasadniczo odmienna od pozostałych, bowiem dla każdego rodzaju działalności zdefiniowane zostały zarówno funkcje podaży, jak i popytu – co umożliwiło generowanie nierównowagi i uwzględnienie sprzężeń jednoczesnych charakterystycznych dla gospodarki rynkowej (na temat później powstałych, rocznych makromodeli gospodarki Polski innych autorów w: Welfe W. [2010: 158–162; 2013: 134–135]). Należy podkreślić, że modele W służyły do konstrukcji prognoz i analiz alternatywnych polityk gospodarczych, a wyniki publikowano nie tylko w periodykach naukowych (m.in. w „Wiadomościach Statystycznych”, „Pracach IEiS UŁ”), ale także na łamach prasy ekonomicznej, m.in. w „Rzeczpospolitej”, „Życiu Gospodarczym”, „Gazecie Bankowej”, „Parkiecie”, „Nowym Życiu Gospodarczym”, „Naszym Rynku Kapitałowym”. Żadna inna rodzina modeli nie była wykorzystywana w aplikacjach z taką intensywnością.

Dostępność danych kwartalnych i miesięcznych dotyczących makrokategorii była w Polsce bardzo ograniczona i jeszcze do drugiej połowy lat 90. składniki wytwarzania i podziału dochodu narodowego były szacowane za pomocą regresji indykatoremowej w połączeniu z interpolacją (por. serię artykułów: Welfe A., Kelm [1995a, 1995b, 1996a, 1996b, 1996c]), aby otrzymać odpowiednio bogate bazy danych (por. Brzeszczyński i in. [1996]). Pomimo tych trudności w latach 1991–1992 powstał pierwszy kwartalny makromodel gospodarki Polski nazwany WK91 (por. Welfe W. i in. [1995]). Początkowo próba obejmowała okres od pierwszego kwartału roku 1989 do drugiego

kwartału roku 1991, a więc tylko 10 obserwacji (kolejne wersje modelu WK92, WK93 i WK94 korzystały z odpowiednio wydłużonych prób aż do czwartego kwartału roku 1993). Biorąc pod uwagę, że gospodarka polska przechodziła wówczas gwałtowną transformację ustrojową, przedsięwzięcie należało do ryzykownych. Pomimo iż struktura równań była maksymalnie uproszczona (w pierwszej wersji były to wyłącznie równania statyczne, o bardzo ograniczonej liczbie zmiennych objaśniających, część parametrów była kalibrowana), to model w wersji WK94 zawierał wszystkie ważniejsze sprzężenia: mnożnik konsumpcyjny i fiskalny, akcelerator i pętlę inflacyjną. Posłużył także do analiz symulacyjnych m.in. polityki dochodowej, fiskalnej i kursowej (o modelach innych autorów, które powstały znacznie później w: Welfe W. [2010, 2013]). Wydłużenie próby pozwoliło w kolejnym modelu WK98 pominąć przy estymacji parametrów obserwacje dotyczące pierwszych sześciu kwartałów transformacji (por. Welfe A. (red.) [2000]). Ten zabieg był powtarzany w odniesieniu do kolejnych modeli WK2000 i WK2005 (por. Welfe A. i in. [2002, 2006]). Wreszcie, rozpoczęcie przez GUS publikacji danych kwartalnych dotyczących PKB i innych makrokategorii umożliwiło rezygnację z własnych szacunków i oparcie estymacji parametrów modelu WK2009 na próbie 1995.1–2007.3 (por. Welfe A. (red.) [2013]). W modelu tym konsekwentnie zastosowano specyfikację korekty błędem, co zapewniło, iż wszystkie zmienne, którymi operuje model są stacjonarne. Jednocześnie dało to możliwość nałożenia na odpowiednie parametry długookresowe restrykcji wynikających z teorii ekonomii, w tym także restrykcji dotyczących jednostkowych elastyczności lub homogeniczności funkcji rzędu pierwszego. Dzięki temu model miał pożądane właściwości dynamiczne, które zostały zbadane poprzez rozwiązanie długookresowe i symulacje stochastyczne (por. Welfe A. (red.) [2013]).

Doświadczenia zebrane przy budowie modeli kwartalnych pozwoliły podjąć próbę konstrukcji pierwszego dla gospodarki Polski modelu opartego na danych miesięcznych. Można mieć nadzieję, że umożliwi on weryfikację złożonych hipotez dotyczących funkcjonowania procesów makroekonomicznych i lepsze ich zrozumienie.

Struktura artykułu jest następująca. Po wstępie zawarto ogólną charakterystykę modelu WM-1. Część następną poświęcona jest wykorzystanym metodom estymacji parametrów. Problem dynamicznej stabilności układu równań w kontekście skointegrowania zmiennych jest analizowany w kolejnej części, po której następuje część najobszerniejsza, będąca omówieniem wyników estymacji parametrów wszystkich najważniejszych równań modelu. W następnej części zanalizowano właściwości dynamiczne układu. Część ostatnia podsumowuje.

### **Ogólna charakterystyka modelu WM-1**

Struktura makroekonometrycznego miesięcznego modelu gospodarki Polski WM-1 nawiązuje do modelu WK2009 (por. Welfe A. (red.) [2013]). Produkcję,

zatrudnienie oraz wynagrodzenia zdezagregowano na 4 sektory: przemysł, budownictwo, usługi rynkowe oraz usługi nierynkowe. Wyróżnione zostały trzy składniki krajowego popytu finalnego, a mianowicie: spożycie indywidualne, spożycie zbiorowe i nakłady inwestycyjne brutto, zaś import, w zależności od rozdysponowania, podzielono na zaopatrzeniowy, konsumpcyjny i inwestycyjny. Oczywiście, poszczególnym wolumenom przyporządkowane są właściwe deflatory. Rozwiązanie to umożliwia, wszędzie tam, gdzie to potrzebne, tożsamościowe wyznaczenie wielkości wyrażonych w cenach bieżących. Dochody gospodarstw domowych uzależnione zostały od funduszy: wynagrodzeń oraz rent i emerytur związanych z pozarolniczym i rolniczym systemem ubezpieczeń. Dochody budżetu państwa są sumą wpływów z: podatku dochodowego od osób fizycznych oraz prawnych, VATu, akcyzy i ceł. Wydatki budżetowe podzielono na: wydatki bieżące, majątkowe oraz ubezpieczenia społeczne. Wiodącą stopą procentową jest trzymiesięczna stopa WIBOR. Wyróżnione zostały stopy oprocentowania depozytów i kredytów zarówno osób fizycznych, jak i przedsiębiorstw oraz długookresowa stopa oprocentowania bonów skarbowych. Endogeniczny jest kurs PLN/EUR, natomiast PLN/USD wyznaczany jest poprzez kurs krzyżowy.

Model WM-1 składa się ze 168 równań, w tym 78 stochastycznych, z których 89 tworzą blok równań łącznie współzależnych (pierwsza wersja, która powstała w 2015 r. była nieco mniejsza i posłużyła do wstępnych analiz symulacyjnych, por. Karp [2015a, 2015b]). Aż 10 zmiennych osiowych świadczy o stosunkowo dużej ilości sprzężeń jednoczesnych (por. tabela 1).

**Tabela 1. Charakterystyka modelu WM-1/2017**

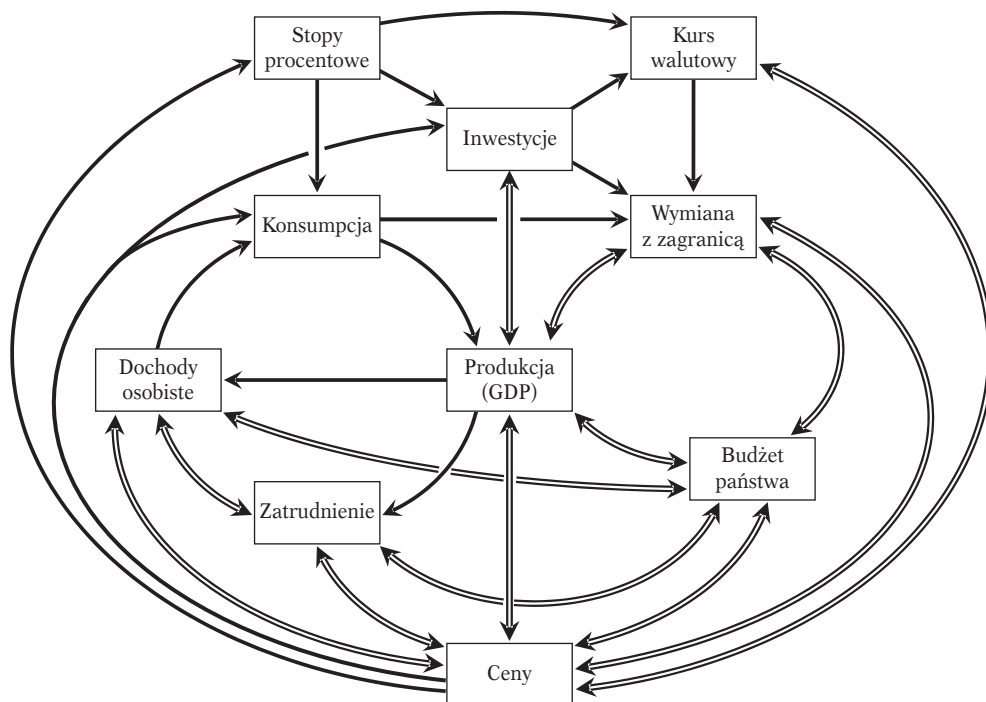
Liczba zmiennych	188	Liczba równań w blokach:	
w tym:		zatrudnienia	11
egzogenicznych	20	płac i dochodów osobistych ludności	26
endogenicznych	168	popytu krajowego	12
		produkcji	16
Liczba równań	168	wymiany z zagranicą	32
w tym:		cen	30
stochastycznych	78	kursów walutowych	3
tożsamości	90	stóp procentowych	7
		budżetu państwa	9
Bloki równań		pozostałe	22
łącznie współzależnych	89		
w tym zmienne osiowe	10	Estymacja na danych miesięcznych	
postrekurencyjnych	79	próbna 2000.01–2013.12	

Źródło: opracowanie własne.

Jest to model kompletny i w ramach przyjętych założeń w pełni opisuje funkcjonowanie gospodarki, czego dowodzi liczba jedynie 20 zmiennych egzogenicznych definiujących otoczenie gospodarki. Wszystkie z nich reprezentują kategorie, na które bieżąca sytuacja ekonomiczna Polski w krótkim i średnim okresie ma wpływ marginalny. W szczególności należy wyróżnić

te zmienne, które definiują otoczenie gospodarki (kurs USD/EUR, deflator konsumpcji indywidualnej dla strefy euro, oprocentowanie dziesięcioletnich bonów skarbowych w Niemczech oraz charakterystyki aktywności gospodarczej zagranicy), zmienne demograficzne (liczba aktywnych zawodowo, liczba emerytów i rencistów z pozarolniczego systemu ubezpieczeń społecznych oraz rolników indywidualnych), charakterystyki nastrojów i oceny wiarygodności Polski (międzynarodowa pozycja inwestycyjna, CDSy, wskaźnik ogólnego klimatu koniunktury w przetwórstwie przemysłowym) oraz instrumenty polityki gospodarczej (cel inflacyjny NBP, stopa ceł, udział deficytu budżetowego w PKB, zadłużenie Skarbu Państwa).

Rysunek 1. Uproszczony schemat powiązań zmiennych modelu WM-1



Podwójne strzałki oznaczają sprzężenia zwrotne występujące pomiędzy blokami równań.

Źródło: opracowanie własne.

Dane statystyczne pochodzą z publikacji Głównego Urzędu Statystycznego, Eurostatu oraz Narodowego Banku Polskiego. W nielicznych przypadkach dane kwartalne musiały być interpolowane do danych miesięcznych<sup>3</sup>. Szeregi zostały odsezonowane metodą TRAMO-SEATS.

<sup>3</sup> Baza danych zawiera ponad 600 źródłowych szeregów o częstotliwości miesięcznej i kwartalnej. Na tej podstawie utworzono estymacyjną bazę danych zawierającą ok. 280 spójnych, miesięcznych szeregów czasowych. Konieczne było dokonanie wielu szacunków i transformacji



Estymacji parametrów dokonano na próbie miesięcznej 2000.1–2014.12, a więc dla okresu w którym gospodarka Polski była już względnie stabilną gospodarką rynkową, zorientowaną popytowo. Konsekwentnie zatem założono, że nie występują ograniczenia podażowe i istnieją wolne moce produkcyjne (szerzej o ograniczeniach podażowych i modelach zorientowanych podażowo w: Welfe W. [1992]). Główną determinantą wzrostu jest popyt i to on decyduje o wielkości produkcji, inwestycji, wymiany z zagranicą, zatrudnienia i spożycia. Przyjęto, że ewentualne napięcia spowodowane pojawieniem się popytu nadwyżkowego są na tyle małe i krótkotrwałe, że można je zaniedbać.

W modelu odwzorowane są następujące sprzężenia: mnożnik konsumpcyjny, mnożnik fiskalny, pętla inflacyjna, akcelerator oraz sprzężenie kursowe (por. rysunek 1).

Specyfikacja wszystkich równań behawioralnych modelu wynika z teorii ekonomii. Niektóre z nich, ze względu na niejednorodność próby (występowanie pojedynczych obserwacji lub podokresów nietypowych), należało jednak uzupełnić o zmienne deterministyczne (zmienną czasową lub korekty wyrazów wolnych), co jest powszechną praktyką. W każdym takim przypadku rozstrzygające były wyniki testów statystycznych dotyczących właściwości składników losowych, skointegrowania i istotności wpływu wprowadzanych zmiennych. Oczywiście, bardzo ważna była także ekonomiczna interpretacja.

### Estymacja parametrów

Jak wynika z testowania hipotezy dotyczącej (nie) stacjonarności, prawie wszystkie procesy stochastyczne generujące zmienne wykorzystane w modelu WM-1 są zintegrowane w stopniu pierwszym (nieliczne są I(0)). Z tego powodu parametry części równań były estymowane w ramach skointegrowanych wektorowych modeli autoregresyjnych (CVAR):

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{A}\mathbf{B}^T \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{s=1}^{S-1} \mathbf{\Gamma}_s \Delta \mathbf{y}_{t-s} + \boldsymbol{\xi}_t, \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{y}_t$  jest wektorem  $M$  zmiennych. Macierze  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{A}$  o wymiarach  $M \times R$  ( $R$  jest wymiarem przestrzeni kointegrującej) mają standardową interpretację odpowiednio macierzy parametrów wektorów kointegrujących i macierzy wag, zaś macierze  $\mathbf{\Gamma}_s$  zawierają parametry dostosowań krótkookresowych.

Powyższy model można rozszerzyć o zmienne deterministyczne i zapisać nieco inaczej:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_{1t} \\ \Delta \mathbf{y}_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{s=1}^{S-1} \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{1s} \\ \mathbf{\Gamma}_{2s} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_{t-s} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1 \\ \boldsymbol{\Phi}_2 \end{bmatrix} \mathbf{d}_t + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{1t} \\ \boldsymbol{\xi}_{2t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

gdzie  $\mathbf{y}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{1t} \\ \mathbf{y}_{2t} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{y}_{2t}$  jest wektorem zmiennych o indeksach od  $J+1$  do  $M$ ,  $\mathbf{d}$ ,  
 oznacza wektor zmiennych deterministycznych, zaś  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{\Gamma}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{1s} \\ \mathbf{\Gamma}_{2s} \end{bmatrix}$ ,  
 $\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_1 \\ \mathbf{\Phi}_2 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{\xi}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{\xi}_{1t} \\ \mathbf{\xi}_{2t} \end{bmatrix}$ ,  $j = 1, \dots, J$ ,  $k = J+1, \dots, M$ .

Dokonując partycji macierzy wariancji-kowariancji składników losowych  
 wyjściowego modelu (1)  $\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_{11} & \mathbf{\Omega}_{12} \\ \mathbf{\Omega}_{21} & \mathbf{\Omega}_{22} \end{bmatrix}$  i przekształcając powyższy wzór  
 otrzymuje się:

$$\Delta \mathbf{y}_{1t} = [\mathbf{A}_1 - \mathbf{Y}\mathbf{A}_2] \mathbf{B}^T \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{s=1}^{S-1} [\mathbf{\Gamma}_{1s} - \mathbf{Y}\mathbf{\Gamma}_{2s}] \Delta \mathbf{y}_{t-s} + \mathbf{Y} \Delta \mathbf{y}_{2t} + [\mathbf{\Phi}_1 - \mathbf{Y}\mathbf{\Phi}_2] \mathbf{d}_t + \tilde{\mathbf{\xi}}_t \quad (3a)$$

$$\Delta \mathbf{y}_{2t} = \mathbf{A}_2 \mathbf{B}^T \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{s=1}^{S-1} \mathbf{\Gamma}_{2s} \Delta \mathbf{y}_{t-s} + \mathbf{\Phi}_2 \mathbf{d}_t + \mathbf{\xi}_t, \quad (3b)$$

gdzie:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Omega}_{12} \mathbf{\Omega}_{22}^{-1},$$

$\tilde{\mathbf{\xi}}_t = [\mathbf{\xi}_{1t} - \mathbf{Y}\mathbf{\xi}_{2t}]$  i jest niezależne od  $\mathbf{\xi}_t$ .

Jeśli zmienne zawarte w wektorze  $\mathbf{y}_{2t}$  są słabo egzogeniczne to  $\mathbf{A}_2 = \mathbf{0}$ ,  
 a estymacja parametrów modelu warunkowego (3a) prowadzi do otrzymania  
 efektywnych estymatorów parametrów macierzy  $\mathbf{B}$ . Co więcej, w skończonych  
 i zwykle mało licznych próbach, pominięcie modelu brzegowego (3b) pozwala  
 na uzyskanie znacząco lepszych rezultatów.

Oczywiście, dekompozycja macierzy  $\mathbf{\Phi}$ :

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{A}\mathbf{G}^T + \mathbf{F}, \quad (4)$$

gdzie:

$\mathbf{G}$  – macierz parametrów związanych ze zmiennymi deterministycznymi w re-  
 lacjach kointegrujących,  $\mathbf{G}^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{\Phi}$ ,

$\mathbf{F}$  – macierz parametrów związanych ze zmiennymi deterministycznymi  
 poza przestrzenią kointegrującą,  $\mathbf{F} = \mathbf{A}_\perp (\mathbf{A}_\perp^T \mathbf{A}_\perp)^{-1} \mathbf{A}_\perp^T \mathbf{\Phi}$ ,

ponieważ  $\mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T + \mathbf{A}_\perp (\mathbf{A}_\perp^T \mathbf{A}_\perp)^{-1} \mathbf{A}_\perp^T = \mathbf{I}$ , pozwala wprowadzić odpowiednie  
 zmienne deterministyczne do przestrzeni kointegrującej.

Asymptotycznie nie jest istotne, czy restrikcje identyfikujące są testowane  
 przed, czy po określeniu dynamicznej, krótkookresowej struktury modelu (pa-  
 rametry macierzy  $\mathbf{\Gamma}_s$ ). Jednak testy mają znacznie większą moc, jeśli wcześniej  
 zostanie zdeterminowana struktura dynamiczna, choć rozkłady statystyk testow-  
 ych dotyczących rzędu kointegracji nie są znane, jeśli na strukturę opóźnień



są nałożone restrykcje. Wyniki eksperymentów Monte Carlo wskazują na to, że rząd kointegracji powinien być badany (powtórnie) po dokonaniu marginalizacji modelu, tzn. podziału na zmienne endogeniczne i słabo egzogeniczne. Dlatego zastosowana strategia, która zapewniała identyfikację prawdziwego modelu, składała się z następujących kroków (por. Greenslade i in. [1999]).

Punktem wyjścia była estymacja parametrów modelu VAR i ustalenie rzędu opóźnień, który gwarantuje, że hipoteza o normalności rozkładu składników losowych nie zostanie odrzucona dla konwencjonalnie przyjmowanego rozmiaru testów. W drugim kroku ustalany był rząd kointegracji za pomocą klasycznej procedury Johansena. W trzecim dokonywano marginalizacji modelu. Ze względu na to, że wartości krytyczne testu wymiaru przestrzeni kointegrującej zależą od liczby zmiennych słabo egzogenicznych, procedura miała charakter iteracyjny: po określeniu liczby bazowych wektorów kointegrujących testowano, czy wybrana zmienna jest słabo egzogeniczna. Jeżeli hipoteza zerowa nie została odrzucona, była włączana do zbioru zmiennych słabo egzogenicznych i ponownie ustalano liczbę bazowych wektorów kointegrujących. W czwartym kroku, nakładano co najmniej  $R^2$  restrykcji na strukturę długookresową modelu, co umożliwiało identyfikację macierzy  $\mathbf{B}$  oraz  $\mathbf{A}$  i estymowano wszystkie parametry modelu. Zapewnienie normalności rozkładu składników losowych było na tym etapie przyczyną wprowadzania zmiennych zero-jedynkowych eliminujących obserwacje nietypowe częściowo będące skutkiem zastosowania metody TRAMO-SEATS<sup>4</sup>. Nałożenie dodatkowych restrykcji (i testowanie) pozwalało otrzymać pełny zbiór restrykcji postulowanych przez teorię ekonomii, które nie zostały odrzucone w trakcie weryfikacji empirycznej. Krok piąty polegał na ustaleniu struktury dynamicznej modelu (elementów macierzy  $\mathbf{\Gamma}_s$ ).

Parametry jednowymiarowych modeli korekty błędem (ECM) estymowane były dwustopniową metodą Engle'a-Grangera. Wykorzystano dwie postacie. Po pierwsze, klasyczną (notacja zgodna ze stosowaną dla modeli jednowymiarowych, por. Welfe A. [2009: 205]):

$$\begin{aligned} \Delta y_{1t} = & (\alpha_1 - 1)\hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{q=2}^P \alpha_q \left( y_{1,t-q} - \sum_{k=2}^K \delta_k y_{k,t-q} \right) + \\ & + \sum_{k=2}^K \beta_{k0} \Delta y_{kt} + \sum_{k=2}^K \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_{ks}^* \Delta y_{k,t-s} + \sum_{k=2}^K \sum_{s=P+1}^S \beta_{ks} y_{k,t-s} + \\ & + \sum_{q=P+1}^Q \alpha_q y_{1,t-q} + \sum_{k=2}^K \gamma_{kS}^* y_{k,t-S} + \theta d_t + \epsilon_t = \end{aligned}$$

<sup>4</sup> W przypadku gdy schemat sezonowości ulega przesunięciu między okresami (o jeden miesiąc), procedura generuje duże, nietypowe odchylenia.

$$\begin{aligned}
&= (\alpha_1 - 1)\hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{q=2}^P \alpha_q \left( y_{1,t-q} - \sum_{k=2}^K \delta_k y_{k,t-q} \right) + \\
&+ \sum_{k=2}^K \beta_{k0} \Delta y_{kt} + \sum_{k=2}^K \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_{ks}^* \Delta y_{k,t-s} + \sum_{k=2}^K \sum_{s=P+1}^S \beta_{ks} y_{k,t-s} + \\
&+ \sum_{q=P+1}^Q \alpha_q y_{1,t-q} + \boldsymbol{\theta} \mathbf{d}_t + \epsilon_t \tag{5}
\end{aligned}$$

ponieważ  $\gamma_{ks}^* = \alpha_s^* \delta_k + \beta_{ks}^*$  przy czym  $\gamma_{ks}^* = \alpha_s^* \delta_k + \beta_{ks}^* = 0$  oraz  $\alpha_s^* = \alpha_1 + \dots + \alpha_s - 1$ ,  $\beta_{ks}^* = \beta_{k0} + \beta_{k1} + \dots + \beta_{ks}$ ,  $q = 1, \dots, Q$  jest numeratorem opóźnień zmiennej objaśnianej, zaś  $s = 1, \dots, S$  – zmiennych objaśniających,  $\mathbf{d}_t$  oznacza wektor zawierający stacjonarne regresory,  $\boldsymbol{\theta}$  – wektor parametrów związanych ze stacjonarnymi regresorami,  $\hat{\epsilon}_t$  – reszty z pierwszego kroku procedury,  $\epsilon_t : IID(0, \sigma_\epsilon^2)$ ,  $P = \min(S, Q)$  oraz jeśli  $Q < P+1$  lub  $S < P+1$ , to składniki, w których sumowanie rozpoczyna się od  $P+1$  są równe zero. Dla przypadku  $Q = S$  powyższy model redukuje się do

$$\begin{aligned}
\Delta y_{1t} &= (\alpha_1 - 1)\hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{s=2}^P \alpha_s \left( y_{1,t-s} - \sum_{k=2}^K \delta_k y_{k,t-s} \right) + \\
&+ \sum_{k=2}^K \beta_{k0} \Delta y_{kt} + \sum_{k=2}^K \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_{ks}^* \Delta y_{k,t-s} + \boldsymbol{\theta} \mathbf{d}_t + \epsilon_t = \\
&= (\alpha_1 - 1)\hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{k=2}^K \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_{ks}^{**} \Delta y_{k,t-s} + \sum_{k=2}^K \beta_{k0} \Delta y_{kt} + \\
&+ \sum_{k=1}^K \gamma_{ks}^{**} y_{kt-S} + \boldsymbol{\theta} \mathbf{d}_t + \epsilon_t \tag{6}
\end{aligned}$$

gdzie:  $\gamma_{ks}^{**} = \alpha_1^* \delta_k + \beta_{ks}^*$  dla  $s = 2, \dots, S$ ,  $\gamma_{1s}^{**} = \alpha_s^* - \alpha_1^*$ ,  $\gamma_{11}^{**} = 0$ .

Drugą postacią był tzw. model prawie VAR (ang. *near VAR*):

$$\Delta y_{1t} = \alpha_1 \hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^K \gamma_{ks} \Delta y_{k,t-1} + \boldsymbol{\theta} \mathbf{d}_t + \epsilon_t. \tag{7}$$

W przypadku wielu równań  $\boldsymbol{\theta} = 0$ , choć niekiedy konieczne było rozszerzenie wektora  $\mathbf{d}_t$  o zmienne zero-jedynkowe, które uwzględniały obserwacje nietypowe lub szczególne podokresy powodujące niejednorodność próby. We wszystkich przypadkach testowana była hipoteza dotycząca stacjonarności reszt otrzymanych w pierwszym kroku (skointegrowania zmiennych). Wybór pomiędzy postaciami (6) lub (7) oraz dobór długości rozkładów opóźnień był podyktowany właściwościami składnika losowego  $\epsilon_t$ .

W przypadku części równań modelu WM-1 zastosowano progowe modele korekty błędem, TECM (por. Enders, Granger [1998], Enders, Siklos [2001], Leszkiewicz-Kędzior, Welfe A. [2014]), ponieważ bardziej wnikliwa analiza wskazała, iż dostosowania mają charakter asymetryczny wynikający z różnic w sile reakcji podmiotów ekonomicznych na zmiany instrumentów. Model TECM umożliwia weryfikację hipotez dotyczących asymetrii długookresowej (szybkości dostosowań do trajektorii równowagi) oraz asymetrii krótkookresowej i można zapisać go następująco:

$$\begin{aligned} \Delta y_{1t} = & \alpha^+ \hat{\varepsilon}_{t-1}^+ + \alpha^- \hat{\varepsilon}_{t-1}^- + \sum_{s=1}^S \gamma_{1s}^+ \Delta y_{1,t-s}^+ + \sum_{s=1}^S \gamma_{1s}^- \Delta y_{1,t-s}^- + \\ & + \sum_{m=2}^M \sum_{s=0}^S \gamma_{ms}^+ \Delta y_{m,t-s}^+ + \sum_{m=2}^M \sum_{s=0}^S \gamma_{ms}^- \Delta y_{m,t-s}^- + \epsilon_t \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie  $\hat{\varepsilon}_t = y_{1t} - \hat{y}_{1t}$  oznacza reszty regresji relacji długookresowej pierwszego kroku metody Engle'a-Grangera uporządkowanych względem progę  $\tau$ :  $\hat{\varepsilon}_t^+ = \hat{\varepsilon}_t$  gdy  $\hat{\varepsilon}_t > \tau$ ,  $\hat{\varepsilon}_t^- = \hat{\varepsilon}_t$  gdy  $\hat{\varepsilon}_t \leq \tau$ . Parametry  $\alpha^+$  i  $\alpha^-$  kwantyfikują szybkość dostosowań odpowiednio z góry i dołu do trajektorii długookresowej. Krótkookresowy wpływ zmiennych w reakcji na ich wzrost  $\Delta y_{m,t-s}^+ = \Delta y_{m,t-s}$  gdy  $\Delta y_{m,t-s} > 0$  lub spadek  $\Delta y_{m,t-s}^- = \Delta y_{m,t-s}$  gdy  $\Delta y_{m,t-s} \leq 0$  mierzą odpowiednio parametry  $\gamma_{ms}^+$  i  $\gamma_{ms}^-$ . Hipotezy o braku asymetrycznych reakcji dostosowań długookresowych  $\alpha^+ = \alpha^-$ , krótkookresowych  $\gamma_{ms}^+ = \gamma_{ms}^-$  i skumulowanych efektów krótkookresowych  $\sum_{s=0}^S \gamma_{ms}^+ = \sum_{s=0}^S \gamma_{ms}^-$  weryfikowane są za pomocą testu Walda.

Wartość  $\tau$  wyznaczana była z progowego modelu autoregresyjnego (M-TAR) postaci:

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \rho^+ \hat{\varepsilon}_t^+ + \rho^- \hat{\varepsilon}_t^- + \sum_{s=1}^S \theta_s \Delta \hat{\varepsilon}_{t-s} + \vartheta_t \quad (9)$$

gdzie  $\vartheta_t \sim IID(0, \sigma_\vartheta^2)$ , którego parametry szacowano sekwencyjnie dla każdej wielkości progowej równej kolejnym realizacjom  $\hat{\varepsilon}_t$  z przedziału między 15 a 85 percentylem (por. Chan [1993], Enders, Siklos [2001]). Za  $\tau$  przyjmowana była wartość progowa z modelu, dla którego suma kwadratów reszt  $\vartheta_t$  była najmniejsza.

Należy podkreślić, że dekompozycja zmienności na część długookresową i krótkookresową (w ramach modeli CVAR, ECM lub TECM) umożliwiła nakładanie restrykcji na parametry długookresowe i testowanie hipotez odpowiadających postulatowi teoretycznym.

### Własności dynamiczne modeli wielorównaniowych a niestacjonarność zmiennych

Dynamiczny, liniowy względem parametrów model wielorównaniowy można zapisać w postaci (poniższa notacja jest zgodna z klasyczną, stosowaną dla modeli wielorównaniowych, która nie koresponduje z modelami CVAR):

$$\mathbf{Y}_t \mathbf{A}_0 + \mathbf{Y}_{t-1} \mathbf{A}_1 + \dots + \mathbf{Y}_{t-s} \mathbf{A}_s + \mathbf{X}_t \mathbf{B}_0 + \mathbf{X}_{t-1} \mathbf{B}_1 + \dots + \mathbf{X}_{t-s} \mathbf{B}_s = \boldsymbol{\Xi}_t, \quad (10)$$

gdzie:

$\mathbf{Y}_{t-s} = [\mathbf{y}_{1,(t-s)} \dots \mathbf{y}_{M,(t-s)}]$  – macierze obserwacji na zmiennych endogenicznych opóźnionych o  $s$  okresów, o wymiarach  $T \times M$ ,

$\mathbf{X}_{t-s} = [\mathbf{x}_{1,(t-s)} \dots \mathbf{x}_{K,(t-s)}]$  – macierze obserwacji na zmiennych egzogenicznych opóźnionych o  $s$  okresów, o wymiarach  $T \times K$ ,

$\boldsymbol{\Xi}_t = [\boldsymbol{\xi}_1 \dots \boldsymbol{\xi}_M]$  – macierz składników losowych, o wymiarach  $T \times M$ ,

$\mathbf{A}_s = [\boldsymbol{\alpha}_{1s} \dots \boldsymbol{\alpha}_{Ms}]$  – macierze parametrów związanych ze zmiennymi endogenicznymi opóźnionymi o  $s$  okresów, o wymiarach  $M \times M$ ,

$\mathbf{B}_s = [\boldsymbol{\beta}_{1s} \dots \boldsymbol{\beta}_{Ms}]$  – macierze parametrów związanych ze zmiennymi egzogenicznymi opóźnionymi o  $s$  okresów, o wymiarach  $K \times M$ ,

$\mathbf{y}_{m,(t-s)}$  – wektory zmiennych endogenicznych opóźnionych o  $s$  okresów, o wymiarach  $T \times 1$ ,

$\mathbf{x}_{k,(t-s)}$  – wektory zmiennych egzogenicznych opóźnionych o  $s$  okresów, o wymiarach  $T \times 1$ ,

$\boldsymbol{\xi}_m$  – wektory składników losowych, o wymiarach  $T \times 1$ ,

$m = 1, \dots, M, k = 1, \dots, K, s = 0, \dots, S, t = 1, \dots, T$ ,

lub alternatywnie:

$$\mathbf{Y}_t^* \mathbf{A}_0^* + \mathbf{Y}_{t-1}^* \mathbf{A}_1^* + \mathbf{X}_t^* \mathbf{B}_0^* = \boldsymbol{\Xi}_t^*, \quad (11)$$

gdzie  $\mathbf{Y}_t^* = [\mathbf{Y}_t \dots \mathbf{Y}_{t-S+1}]$ ,  $\mathbf{X}_t^* = [\mathbf{X}_t \dots \mathbf{X}_{t-S}]$ ,  $\boldsymbol{\Xi}_t^* = [\boldsymbol{\Xi}_t \mathbf{0} \dots \mathbf{0}]$ ,

$$\mathbf{A}_0^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_2 & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{S-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & -\mathbf{I} \\ \mathbf{A}_S & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_0^* = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}_S & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

Znormalizowanie powyższego układu równań w taki sposób, że diagonalne elementy macierzy  $\mathbf{A}_0$  są równe jeden, pozwala (przy założeniu, że istnieje macierz  $\mathbf{A}_0^{-1}$ ) rozwiązać go względem zmiennych endogenicznych i otrzymać postać końcową:

$$\mathbf{Y}_t^* = \mathbf{Y}_{t-S}^* \mathbf{D}_1^S + \sum_{s=0}^{S-1} \mathbf{X}_{t-s}^* \mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1^s + \sum_{s=0}^{S-1} \mathbf{V}_{t-s}^* \mathbf{D}_1^s. \quad (12)$$

gdzie:

$$\mathbf{D}_1 = -\mathbf{A}_1^* \mathbf{A}_0^{*-1} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_0^{-1} & \mathbf{I} & 0 & \dots & 0 \\ -\mathbf{A}_2 \mathbf{A}_0^{-1} & 0 & \mathbf{I} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{A}_{S-1} \mathbf{A}_0^{-1} & 0 & 0 & \dots & \mathbf{I} \\ -\mathbf{A}_S \mathbf{A}_0^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_2 = -\mathbf{B}_0^* \mathbf{A}_0^{*-1} = \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_0 \mathbf{A}_0^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ -\mathbf{B}_S \mathbf{A}_0^{-1} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_t^* = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_t^* \mathbf{A}_0^{*-1} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Jeśli zmienne wchodzące w skład modelu są stacjonarne wówczas oddziaływanie egzogenicznych impulsów (szoków) gaśnie wraz z upływem czasu (całkowity wpływ nie rośnie nieograniczenie,  $\sum_{s=0}^{\infty} \mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1^s < \infty$ ), czego oczekuje się w systemach dynamicznie stabilnych (zrównoważonych). Jednocześnie wpływ składników losowych pochodzących z coraz odleglejszych okresów maleje. Te właściwości zapewnia warunek, iż promień spektralny macierzy  $\mathbf{D}_1$  (tzn. największy z modułów jej wartości własnych) jest mniejszy od jedności, ponieważ wówczas macierz  $\mathbf{D}_1^s$  (przy  $s \rightarrow \infty$ ) jest zbieżna do macierzy zerowej,  $\rho(\mathbf{D}_1) < 1 \Leftrightarrow \lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{D}_1^s = \mathbf{0}$ . Wówczas pierwszy składnik w powyższym wzorze można pominąć, co oznacza, że wartości startowe (z okresu  $t-S$ ) zmiennych endogenicznych nie mają znaczenia (jeśli tylko  $S$  jest odpowiednio duże).

Skointegrowanie zmiennych niestacjonarnych składających się na model oznacza występowanie związków długookresowej równowagi, których miarą jest macierz mnożników długookresowych  $\mathbf{N} = \mathbf{D}_2 (\mathbf{I} - \mathbf{D}_1)^{-1}$ , a której istnienie gwarantuje  $\rho(\mathbf{D}_1) < 1$ . Jednocześnie, jeśli  $\rho(\mathbf{D}_1) < 1$  to  $\sum_{s=0}^{\infty} \mathbf{V}_{t-s}^* \mathbf{D}_1^s$  jest rozwiązaniem procesu stacjonarnego AR (1)  $\mathbf{V}_t^* = \mathbf{V}_{t-1}^* \mathbf{D}_1 + \mathbf{V}_t$ , gdzie  $\mathbf{V}_t^* = \sum_{s=0}^{\infty} \mathbf{V}_{t-s}^* \mathbf{D}_1^s$ . Podsumowując, promień spektralny macierzy  $\mathbf{D}_1$  mniejszy od jedności jest warunkiem koniecznym i dostatecznym skointegrowania typu CI (1,1).

Brak skointegrowania zmiennych niestacjonarnych tworzących model wielorównaniowy powoduje, że każdy egzogeniczny szok wytrąca trwale system z trajektorii równowagi, mnożniki skumulowane mierzące łączny skutek

zmiany poszczególnych zmiennych egzogenicznych po  $S$  okresach,  $\mathbf{C}_s = \sum_{s=0}^S \mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1^s$ , rosną nieograniczenie, zaś mnożniki długookresowe nie istnieją.

Reasumując, nierówność  $\rho(\mathbf{D}_1) < 1$  jest warunkiem stabilności dynamicznej liniowego modelu wielorównaniowego. Jest ona spełniona tylko w przypadku, gdy w skład modelu wchodzi zmienne stacjonarne lub skointegrowane zmienne niestacjonarne. Ten wniosek można uogólnić na przypadek modelu, którego wszystkie równania stochastyczne są liniowe, zaś źródłem nielinowości są tożsamości (do takiej klasy należy model WM-1) lub na przypadek modelu nielinowego.

Zastosowanie CVAR, ECM lub TECM zapewniło stacjonarność wszystkich zmiennych, które występują w modelu WM-1 (skointegrowanie w ramach poszczególnych równań lub ich podukładów) i w konsekwencji zachowanie pożądaných właściwości dynamicznych całego systemu.

## Główne równania modelu WM-1

### Płace, ceny i zatrudnienie

Płace, ceny i zatrudnienie należą do grupy kluczowych zmiennych w modelu WM-1, ponieważ jednocześnie wpływają zarówno na sferę realną, jak i nominalną gospodarki. Iloczyn płac i zatrudnienia definiuje fundusz wynagrodzeń, determinanty dochodów gospodarstw domowych, od których zależą rozmiary konsumpcji indywidualnej będącej głównym składnikiem dochodu narodowego. Jednocześnie, zmiany jednostkowych kosztów płacowych wpływają na zmiany cen i w konsekwencji – stóp procentowych oraz kursu walutowego. Wzrost cen powoduje z kolei presję na wzrost płac co zamyka tzw. pętlę inflacyjną. Ze względu na bardzo bliskie związki wzajemne parametry równań opisujących wszystkie trzy kategorie: płace, ceny i zatrudnienie były estymowane łącznie w ramach modelu CVAR.

Punktem wyjścia specyfikacji funkcji płac jest hipoteza znana pod nazwą uogólnionej krzywej Phillipsa, która zakłada, że zmiany płac nominalnych zależą od zmian cen (inflacji), wydajności pracy i sytuacji na rynku siły roboczej kwantyfikowanej stopą bezrobocia. Przyjęcie dodatkowo dwóch założeń, iż nie występuje efekt iluzji pieniądza oraz że partycypacja zatrudnionych w zyskach rosnących z tytułu wzrostu wydajności jest stała, prowadzi do następującej postaci (szersza dyskusja m.in. w Welfe W., Welfe A. [2004: 170–179]):

$$w_t = \beta_0 + pc_t + x_t - l_t - \beta_1 U_t + \varepsilon_t, \quad (13)$$

gdzie  $w_t$  oznacza płace nominalne,  $pc_t$  – indeks cen dóbr i usług konsumpcyjnych (indeks kosztów utrzymania),  $x_t$  – produkcję,  $l_t$  – zatrudnienie,  $x_t - l_t$  – wydajność pracy,  $U_t$  – stopę bezrobocia,  $\varepsilon_t$  – słabo stacjonarne składniki losowe (w tej i następujących funkcjach),  $\beta_k$  – parametry związków długookresowych



wych (elementy macierzy **B** modelu CVAR). Małe litery oznaczają logarytmy naturalne odpowiednich zmiennych.

Podstawę konstrukcji funkcji cen stanowi teoria kosztowa i równanie cen realizacji na poziomie producenta w ujęciu input-output (Welfe W., Welfe A. [2004: 154–155]). Przyjęcie kilku dodatkowych założeń, m.in. dotyczących stałości współczynników materiałochłonności, pozwala przedstawić deflatory produkcji jako funkcje (jednostkowych) kosztów płacowych, importu i akumulacji finansowej, co jest wygodne, zwłaszcza, gdy można zaniedbać powiązania wewnątrzsektorowe:

$$px_t = \beta_1(w_t + l_t - x_t) + \beta_2(mz_t - x_t) + (1 - \beta_1 - \beta_2)f_t + \varepsilon_t, \quad (14)$$

gdzie  $px_t$  oznacza deflator produkcji,  $w_t + l_t - x_t$  – jednostkowe koszty płacowe,  $mz_t$  – import zaopatrzeniowy,  $mz_t - x_t$  – jednostkowe koszty importu,  $f_t$  – jednostkową akumulację finansową.

Równanie transformujące ceny produkcji w deflator konsumpcji indywidualnej zamyka sprzężenie inflacyjne:

$$pc_t = \beta_1 px_t + (1 - \beta_2) pm_t + \varepsilon_t, \quad (15)$$

gdzie  $pm_t$  oznacza indeks cen dóbr importowanych.

Jeśli związek pomiędzy produkcją a zatrudnieniem i kapitałem można wyrazić za pomocą funkcji potęgowej, homogenicznej pierwszego rzędu, uwzględniającej wpływ postępu technicznego pociągającego za sobą substytucję pracy przez kapitał (funkcja Cobba-Douglasa), to wówczas:

$$l_t = \beta_0 + \beta_1^* x_t + (\beta_1^* - 1)k_t - \beta_2 t + \varepsilon_t, \quad (16)$$

gdzie  $k_t$  oznacza kapitał,  $t$  – zmienną czasową kwantyfikującą postęp techniczny,  $\beta_1^* = \frac{1}{\beta_1}$ ,  $\beta_1$  – elastyczność produkcji względem zatrudnienia.

Wzory (13)–(16) definiują cztery relacje równowagowe (wektory kointegrujące) występujące w systemie 9 zmiennych. Empiryczna weryfikacja została przeprowadzona w odniesieniu do trzech sektorów gospodarki narodowej: przemysłu, budownictwa i usług rynkowych. Dlatego równanie (15) musiało zostać uzupełnione o deflator produkcji w sektorach pozostałych, co poszerza katalog zmiennych występujących w systemie.

Poniżej prezentowane rezultaty otrzymane dla przemysłu zostały uzyskane przy założeniu egzogeniczności następujących zmiennych:  $x_t^q$ ,  $k_t^q$ ,  $px_t^{qres}$ ,  $pm_t$ ,  $mz_t$ ,  $U_t$  i przyjęciu rzędu opóźnień równego 2, na co wskazały kryteria informacyjne (*BIC* oraz *HQC*). Wartości statystyki śladu (standardowego oraz z korektą Bartletta) pozwoliły ustalić wymiar przestrzeni kointegrującej jako cztery.

Oszacowania parametrów relacji długookresowych dla przemysłu są następujące<sup>5</sup>:

$$w_t^q = 13,280 + pc_t + x_t^q - l_t^q - 0,009U_t - 0,003t \quad (17a)$$

(657,6) (24,65) (-17,61) (-20,49)

$$px_t^q = -10,135 + 0,785(w_t^q + l_t^q - x_t^q) + (1 - 0,785)(mz_t - x_t^q) \quad (17b)$$

(-24,59) (24,65) (-24,65)

$$pc_t = 0,287 px_t^q + 0,430 px_t^{gres} + (1 - 0,287 - 0,430) pm_t \quad (17c)$$

(8,49) (12,24) (-8,49) (-12,24)

$$l_t^q = 13,143 + 1,894 x_t^q - 0,894 k_t^q - 0,005t \quad (17d)$$

(20,09) (25,38) (-11,98) (-20,24)

gdzie  $w_t^q$  oznacza przeciętne płace nominalne brutto w sektorze przedsiębiorstw w przemyśle,  $pc_t$  – deflator konsumpcji indywidualnej,  $x_t^q$  – wartość dodaną w przemyśle,  $l_t^q$  – zatrudnienie przeciętne w sektorze przedsiębiorstw w przemyśle,  $U_t$  – stopę bezrobocia rejestrowanego,  $t$  – zmienną czasową dla okresu od 2001.10 do końca próby,  $px_t^q$  – deflator wartości dodanej w przemyśle,  $mz_t$  – import zaopatrzeniowy,  $px_t^{gres}$  – deflator wartości dodanej w sektorach poza przemyśle,  $pm_t$  – deflator złotowy importu ogółem,  $k_t^q$  – kapitał brutto w przemyśle.

Ujemny parametr związany z trendem (-0,003) w pierwszym wektorze kointegrującym oznacza, że realne, jednostkowe koszty płacowe,  $w_t^q - pc_t + l_t^q - x_t^q$ , wykazywały długotrwałą, choć dość słabą, tendencję spadkową w okresie począwszy od 2001.10. Ocena siły reakcji płac na nierównowagę na rynku siły roboczej (-0,009) jest zbliżona do wcześniej uzyskiwanych rezultatów (por. np. Welfe A. (red.) [2013]).

Niestety, ze względu na brak danych, uwzględnienie jednostkowej akumulacji finansowej w drugiej relacji kointegrującej nie było możliwe. Pomimo to, utrzymane zostało założenie dotyczące homogeniczności funkcji, co mogło wpłynąć na zawyżenie oszacowań elastyczności cen względem kosztów płacowych (0,785) oraz kosztów importu (0,215) i spowodowało konieczność wprowadzenia wyrazu wolnego jako czynnika skalującego.

Trzecia relacja długookresowa jest w istocie aproksymacją stochastyczną odpowiedniej tożsamości. Oszacowania jej parametrów nie budzą zastrzeżeń.

Ocena parametru związanego z trendem w czwartym wektorze kointegrującym wskazuje na to, że począwszy od 2001.10 utrzymywała się trwała tendencja do ograniczania zatrudnienia (wzrostu wydajności pracy), co wiązało się z postępem organizacyjnym i technologicznym. Wrażliwość produkcji w przemyśle na zmiany zatrudnienia jest ciągle dość wysoka o czym świadczy oszacowanie elastyczności produkcji względem zatrudnienia, które wynosi 0,528.

<sup>5</sup> Dla klarowności zapisu zrezygnowaliśmy z daszków nad symbolami zmiennych.

Wyniki estymacji dotyczące części długookresowej modelu są następujące:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{B}^T \mathbf{y}_{t-1} = \begin{bmatrix} -0,799 & -0,323 & -0,474 & 0,268 \\ (-5,74) & (-4,71) & (-3,72) & (4,35) \\ -0,610 & -0,403 & -0,307 & 0,283 \\ (-4,19) & (-5,62) & (-2,30) & (4,40) \\ 0,036 & -0,002 & -0,027 & -0,029 \\ (2,95) & (-0,34) & (-2,68) & (-5,33) \\ 0,059 & 0,058 & 0,091 & -0,031 \\ (2,52) & (5,05) & (4,27) & (-3,03) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_{t-1}^q - 13,280 - pc_{t-1} - x_{t-1}^q + l_{t-1}^q + 0,009U_{t-1} + 0,003(t-1) \\ px_{t-1}^q + 10,135 - 0,785(w_{t-1}^q + l_{t-1}^q - x_{t-1}^q) - (1-0,785)(mz_{t-1} - x_{t-1}^q) \\ pc_{t-1} - 0,287px_{t-1}^q - 0,430px_{t-1}^{qres} - (1-0,287-0,430)pm_{t-1} \\ l_{t-1}^q - 13,143 - 1,894x_{t-1}^q + 0,894k_{t-1}^q + 0,005(t-1) \end{bmatrix} \quad (18)$$

Oznacza to, że każda ze zmiennych wchodzących w skład wektora  $\Delta \mathbf{y}_{1t} = [\Delta w_t^q \ \Delta px_t^q \ \Delta pc_t^q \ \Delta l_t^q]$  dostosowuje się do relacji, która determinuje jej zachowanie w długim okresie (wszystkie parametry leżące na przekątnej macierzy  $\mathbf{A}_1$  są ujemne i istotne statystycznie)<sup>6</sup>.

## Budownictwo

W przypadku budownictwa otrzymano następujące oszacowania relacji długookresowych:

$$w_t^b = 13,110 + pc_t + x_t^b - l_t^b - 0,018U_t - 0,003t_1^* \quad (19a)$$

(16,55) (3,95) (17,00) (-5,04) (-7,44)

$$px_t^b = -4,876 + 0,432(w_t^b + l_t^b - x_t^b) + (1 - 0,432)px_t^{bres} + 0,003t_2^* \quad (19b)$$

(-3,24) (3,95) (-3,95) (7,44)

$$l_t^b = 9,593 + 1,688x_t^b - 0,688k_t^b \quad (19c)$$

(7,69) (17,00) (-6,93)

gdzie  $w_t^b$  oznacza przeciętne płace nominalne brutto w sektorze przedsiębiorstw w budownictwie,  $x_t^b$  – wartość dodaną w budownictwie,  $l_t^b$  – zatrudnienie przeciętne w sektorze przedsiębiorstw w budownictwie,  $k_t^b$  – kapitał brutto w budownictwie,  $px_t^b$  – deflator wartości dodanej w budownictwie,  $px_t^{bres}$  – deflator wartości dodanej w sektorach poza budownictwem,  $t_1^*$  – zmienną czasową od 2000:1 do 2004:5,  $t_2^*$  – zmienną czasową od 2002:10 do 2007:6.

<sup>6</sup> Oszacowania parametrów krótkookresowych nie mają bezpośredniej interpretacji ekonomicznej, dlatego nie omawiamy ich tutaj. Wpływają one natomiast na właściwości dynamiczne (mnożniki) całego modelu, co analizowane jest poprzez symulacje.



Także przypadku tego systemu, każda ze zmiennych endogenicznych,  $\Delta y_{it} = [\Delta w_t^u \ \Delta p x_t^u \ \Delta l_t^u]$  dostosowuje się do właściwego wektora kointegrującego:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{B}^T \mathbf{y}_{t-1} = \begin{bmatrix} -0,098 & 0,047 & 0,036 \\ (-4,54) & (1,72) & (2,91) \\ -0,008 & -0,050 & -0,002 \\ (-0,90) & (-4,37) & (-0,38) \\ -0,021 & -0,001 & -0,009 \\ (-3,12) & (-0,13) & (-2,42) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_{t-1}^u - 12,158 - p c_{t-1} - x_{t-1}^u + l_{t-1}^u + 0,021 U_{t-1} + 1,587 c_{1t-1}^* \\ p x_{t-1}^u + 4,905 - 0,416(w_{t-1}^u + l_{t-1}^u - x_{t-1}^u) - (1 - 0,416) p x_t^q - 0,042 c_{2t}^* \\ l_{t-1}^u - 3,713 - x_{t-1}^u \end{bmatrix} \quad (22)$$

### Kurs walutowy

Podstawą modelowania kursów walutowych jest kilka hipotez ekonomicznych, które akcentują różny horyzont czasowy (taki sposób klasyfikacji proponuje także MacDonald [2007]). Zarówno hipoteza parytetu siły nabywczej (ang. *purchasing power parity*, PPP), historycznie najstarsza, jak i fundamentalnego kursu równowagi (ang. *fundamental equilibrium exchange rate*, FEER) mogą stanowić dobrą podstawę do wyjaśnienia zachowania kursu walutowego w bardzo długim horyzoncie. Niekiedy PPP traktuje się jako charakterystykę tzw. stanu ustalonego (ang. *steady state*). Hipotezy behawioralnego kursu równowagi (ang. *behavioural equilibrium exchange rate*, BEER) oraz kursu równowagi uwzględniającego przepływy kapitałowe (ang. *capital enhanced equilibrium exchange rate approach*, CHEER) odnoszą się odpowiednio do długiego i średniego oraz średniego i średniokrótkiego okresu (wyczerpujący przegląd modeli kursów walutowych w: Kelm [2013]). Druga z nich jest w zasadzie kombinacją hipotezy PPP oraz nieubezpieczonego parytetu stóp procentowych (ang. *uncovered interest rate parity*, UIP), która zakłada brak arbitrażu na rynkach finansowych, co można zapisać w postaci następującego równania (por. Johansen, Juselius [1992]; Kęłowski, Welfe A. [2010, 2012]):

$$q_t = \beta_1((I_t - \Delta p_t) - (I_t^* - \Delta p_t^*)) + \beta_2(CDS_t - CDS_t^*) + \varepsilon_t \quad (23)$$

gdzie  $q_t$  oznacza realny kurs walutowy,  $q_t = ex_t - p_t + p_t^*$ ,  $ex_t$  – nominalny kurs walutowy,  $p_t$  – indeks cen,  $I_t$  – stopy procentowe,  $CDS_t$  – cenę opcji na niewypłacalność kraju (ang. *credit default swaps*),  $\varepsilon_t$  – składnik losowy; gwiazdki oznaczają zmienne odnoszące się do zagranicy, zaś małe litery – logarytmy. Jeśli  $\beta_1 = -\beta_2$ , to wówczas zmiany realnego kursu walutowego dają się wyrazić jako funkcja dysparytetu realnych, bezryzykownych stóp procentowych (por. Kęłowski [2011]):

$$q_t = \beta_1((I_t - \Delta p_t - CDS_t) - (I_t^* - \Delta p_t^* - CDS_t^*)) + \varepsilon_t, \quad (24)$$

która to hipoteza może być przedmiotem testowania.

Uogólnienie powyższego modelu polega na uwzględnieniu oddziaływania czynników podażowych i popytowych poprzez rozszerzenie specyfikacji o międzynarodową pozycję inwestycyjną (wpływ tego czynnika nie został potwierdzony w badaniach Kelma [2010] i Kęłbłowskiego [2015]) lub warunków wymiany międzynarodowej wpływających na bilans handlowy. To ostatnie rozwiązanie zostało przyjęte w modelu:

$$q_t = \beta_1((I_t - \Delta p_t) - (I_t^* - \Delta p_t^*)) + \beta_2(CDS_t - CDS_t^*) + \beta_3(tot_t - tot_t^*) + \varepsilon_t, \quad (25)$$

gdzie  $tot_t$  oznacza *terms of trade*.

Analizę empiryczną przeprowadzono za pomocą modelu CVAR, w którym wektor zmiennych został zdefiniowany następująco:

$$y_t = \begin{bmatrix} q_t & (I_t - \Delta p_t) - (I_t^* - \Delta p_t^*) & (CDS_t - CDS_t^*) & (tot_t - tot_t^*) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Wyniki wielowymiarowego testu autokorelacji reszt (*LM*) oraz wskazania kryteriów informacyjnych (*BIC* oraz *HQC*) pozwoliły przyjąć rząd opóźnień równy 2. Testy śladu (standardowy oraz z korektą Bartletta) wskazały na występowanie w systemie jednego wektora kointegrującego, podczas gdy testy *LR* (słabej) egzogeniczności potwierdziły egzogeniczność dysparytetów kontraktów CDS oraz warunków wymiany międzynarodowej. Przy granicznym poziomie istotności 0,06 wynik testu *LR* zasadności restrykcji nie daje podstaw do odrzucenia hipotezy o równości (co do wartości bezwzględnej) parametrów przy dysparytetach realnych stóp procentowych oraz kontraktów CDS.

Ostatecznie otrzymano następujący wektor kointegrujący definiujący kurs walutowy PLN/EUR:

$$q_t = \underset{(-2,10)}{-9,405}((I_t - \Delta p_t) - (I_t^* - \Delta p_t^*)) - (CDS_t - CDS_t^*) - \underset{(-4,34)}{-0,548}(tot_t - tot_t^*) + \underset{(124,85)}{1,453}. \quad (27)$$

Oszacowanie wagi z nim związanej wyniosło  $\alpha_1 = -0,222$  ( $t = -4,79$ ).

Reszty z modelu warunkowego mają pożądane własności. Testy mnożnika Lagrange'a oraz Ljunga-Boxa (L-B=32,86, p-value=0,70) nie dają podstaw do odrzucenia hipotezy o braku autokorelacji, podczas gdy test Doornika-Hansena (D-H=4.02, p-value=0,14) wskazuje, iż składnik losowy ma wielowymiarowy rozkład normalny.

## Stopa WIBOR

Reguły polityki gospodarczej zwykle dotyczą polityki monetarnej, znaczenie rządu fiskalnej i odnoszą się do celów (ang. *targeting rule*) lub instrumentów (ang. *instrument rule*, por. Wojtyna [2004]). Banki centralne wykorzystują jako instrumenty głównie stopy procentowe, które najczęściej kształtowane są zgodnie z regułą zaproponowaną przez Taylora [1993, 1999], nazywają nie-



kiedy zasadą skutecznej lub dobrej polityki pieniężnej. Jej liniowa postać wynika z warunku koniecznego maksymalizacji (kwadratowej) funkcji użyteczności banku centralnego odchyłeń inflacji od celu inflacyjnego oraz luki popytowej:

$$I_t^r = \bar{I}_t + \Delta P_t + \beta_1(\Delta P_t - \Delta P_t^{tar}) + \beta_2(X_t - X_t^{pot}), \quad (28)$$

gdzie  $\Delta P_t$  oznacza inflację,  $\Delta P_t^{tar}$  – cel inflacyjny banku centralnego,  $X_t$  – produkcję,  $X_t^{pot}$  – produkcję potencjalną,  $\bar{I}_t$  – naturalną realną stopę procentową,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  są parametrami dostosowań (długookresowych). Produkcja potencjalna (optymalna) jest tu rozumiana jako maksymalny produkt, którego wytworzenie nie wywołuje presji inflacyjnej (por. Taylor [1999]; Taylor, Williams [2010]), zaś naturalna stopa procentowa jako taka, przy której inwestycje równe są oszczędnościom, a gospodarka znajduje się w równowadze pieniężnej (por. Brzoza-Brzezina [2003]). Dodatkowo zakłada się, że  $\beta_1 \geq 0$ , co gwarantuje, że modele oparte na hipotezie racjonalnych oczekiwań są stabilne, a reguła Taylora odgrywa rolę skutecznej kotwicy dla inflacji i oczekiwań inflacyjnych (por. Woodford [2001] oraz Kotłowski [2016: 100–104]).

Pomimo że powyższa reguła wyraża raczej kształtowanie się długookresowej stopy procentowej niż bieżącej, ustalonej przez bank centralny (co podkreśla sam Taylor [2007]; por. dyskusję u Baranowskiego [2008]), to często jest wykorzystywana jako punkt wyjścia w modelowaniu ekonometrycznym.

W praktyce, brak danych statystycznych o bieżącej inflacji, produkcji (PKB) oraz produkcji potencjalnej (wymagającej odrębnych szacunków), powoduje, że decyzje banku centralnego podejmowane są z pewnym opóźnieniem, co wyraża hipoteza wygładzonego przebiegu ścieżki stóp procentowych (ang. *interest rate smoothing*), którą można zapisać w postaci modelu częściowych dostosowań (por. Walsh [2003], Woodford [2003]):

$$I_t = \rho I_{t-1} + (1 - \rho) I_t^{TY} + \varepsilon_t, \quad (29)$$

gdzie  $I_t$  oznacza stopę procentową banku centralnego,  $I_t^{TY}$  – stopę procentową wynikającą z reguły Taylora,  $\rho \in (0,1)$ . Wartości  $\rho$  bliskie jedności świadczą o słabej skuteczności polityki pieniężnej lub o bardzo ostrożnych reakcjach banku centralnego na zmianę warunków gospodarczych. Podobnego efektu należy oczekiwać również w przypadku, gdy zmienne wykorzystane w regule Taylora mierzone są ze znacznym błędem, co wiąże się w szczególności z szacunkami luki popytowej (por. Svensson, Woodford [2003]).

Przy założeniu stałości naturalnej stopy procentowej równanie stóp procentowych można zapisać następująco:

$$I_t = \rho I_{t-1} + (1 - \rho)(\beta_0 + \Delta P_t^{tar} + (1 + \beta_1)(\Delta P_t - \Delta P_t^{tar}) + \beta_2(X_t - X_t^{pot})) + \varepsilon_t \quad (30)$$

gdzie  $\beta_0$  można interpretować jako naturalną stopę procentową.

Produkcję potencjalną najczęściej szacuje się na podstawie podażowej funkcji produkcji, za pomocą modeli zmiennych nieobserwowanych, filtrów statystycznych, modeli trendu deterministycznego lub trendu po szczytach

(por. Grzęda-Latocha [2005], Gradzewicz, Kolasa, [2004]). Niekiedy zamiast luki popytowej wykorzystuje się miary ogólnej nierównowagi (np. bezrobocie) lub aktywności gospodarczej (np. wyniki badań koniunktury). To ostatnie rozwiązanie zostało przyjęte w modelu WM-1, w którym trzymiesięczna stopa procentowa WIBOR ( $I_t^{WR}$ ) została objaśniona przez inflację mierzoną indeksem CPI ( $P_t^{CPI}$ ), cel inflacyjny NBP ( $\Delta P_t^{tar}$ ) oraz wskaźnik ogólnego klimatu koniunktury gospodarczej w przemyśle ( $A_t$ ):

$$I_t^{WR} = \underset{(50,10)}{0,945} I_{t-1}^{WR} + \underset{(-50,10)}{(1-0,945)} \underset{(2,68)}{(0,010 + \Delta P_t^{tar})} + \underset{(3,91)}{1,226} (\Delta P_t^{CPI} - \Delta P_t^{tar}) + \underset{(3,10)}{0,142} A_t + dummies. \quad (31)$$

Rezultaty dowodzą, że zachowana jest zasada skutecznej polityki pieniężnej, a jednoprocenowy wzrost inflacji powoduje w długim okresie wzrost stopy procentowej o 1,22%. Wyznaczona na podstawie tego równania naturalna stopa procentowa wynosi 1%. Zmienne zerojedynkowe (*dummies*) korygują niedostosowania wynikające z wejścia Polski do Unii Europejskiej oraz częściowo okres kryzysu finansowego. Ostateczna postać równania dynamicznego objaśniającego stopy procentowe jest następująca:

$$I_t^{WR} = I_{t-1}^{WR} \underset{(-2,82)}{-0,291} \hat{\varepsilon}_t + \underset{(3,91)}{0,243} \Delta (\Delta P_t^{CPI} - \Delta P_t^{tar}) + dummies \quad (32)$$

gdzie  $\hat{\varepsilon}_t$  oznacza reszty z równania (31).

### Stopy procentowe banków komercyjnych

Pierwszą grupą zmiennych, których opis kształtowania wymagał uwzględnienia asymetrii są stopy procentowe banków komercyjnych.

Główną determinantą stóp procentowych oferowanych przez banki komercyjne jest krótkookresowa trzymiesięczna stopa WIBOR, której zmiany, ze względu na konkurencję pomiędzy bankami, muszą być w długim okresie w całości absorbowane przez rynkowe stopy procentowe, co odpowiada jednostkowej wartości elastyczności. Dodatkowe wahania stóp, decydujące o marży banków komercyjnych, wynikają z oceny (przyszłego) ryzyka, która zależy od koniunktury gospodarczej:

$$I_t^{com} = \beta_1 + \Gamma W_t + \beta_2 A_t + \varepsilon_t \quad (33)$$

gdzie  $I_t^{com}$  oznacza stopę oprocentowania oferowaną przez banki komercyjne,  $\Gamma W_t$  – krótkookresową trzymiesięczną stopę WIBOR,  $A_t$  – wskaźnik ogólnego klimatu koniunktury gospodarczej w przemyśle (w przypadku przedsiębiorstw), stopę bezrobocia (w przypadku gospodarstw domowych).

Analiza stóp procentowych oferowanych przez banki komercyjne wymaga rozróżnienia pomiędzy dwoma rodzajami podmiotów: przedsiębiorstwami oraz klientami indywidualnymi (gospodarstwami domowymi).

W przypadku przedsiębiorstw oszacowania parametrów relacji długookresowych są bardzo zbliżone (por. tabela 2) i wskazują na to, że poprawa koniunktury pociąga za sobą poprawę wyników finansowych, wzrost środków własnych i zainteresowania lokatami w bankach, co powoduje, że banki komercyjne są skłonne oferować niższe oprocentowanie depozytów. Jednocześnie obniżeniu ulegają stopy oprocentowania kredytów, aby wzmocnić skłonność do inwestowania przedsiębiorstw i zwiększyć ich zadłużenie (także na czas późniejszej dekoniunktury). Dzieje się to w warunkach obniżenia ryzyka niewypłacalności kredytobiorców. Taka polityka banków pozwala utrzymać różnicę pomiędzy oprocentowaniem kredytów i depozytów na względnie stałym poziomie, czego oczekują przedsiębiorstwa.

**Tabela 2. Stopy procentowe banków komercyjnych – oszacowania parametrów relacji długookresowych**

Nazwa zmiennej	Wyraz wolny	$A_i$
Kredyty dla gospodarstw domowych	0,102	0,045
Kredyty dla przedsiębiorstw	0,021	-0,035
Depozyty gospodarstw domowych	0,022	-0,054
Depozyty przedsiębiorstw	-0,002	-0,034

Uwagi: Definicje zmiennych są następujące.

Kredyty dla gospodarstw domowych = kredyty złotowe dla gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych z terminem pierwotnym, ogółem.

Kredyty dla przedsiębiorstw = kredyty złotowe dla przedsiębiorstw sektora niefinansowego z terminem pierwotnym, ogółem.

Depozyty gospodarstw domowych = depozyty złotowe gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych z terminem pierwotnym, ogółem.

Depozyty przedsiębiorstw = depozyty złotowe przedsiębiorstw sektora niefinansowego z terminem pierwotnym, ogółem.

Źródło: opracowanie własne.

Pogorszenie koniunktury zwiększa ryzyko niewypłacalności gospodarstw domowych, co oddziałuje w kierunku wzrostu stopy oprocentowania kredytów. Towarzyszący temu spadek dochodów gospodarstw domowych powoduje, że banki podnoszą oprocentowanie depozytów, aby podtrzymać zainteresowanie lokowaniem oszczędności w postaci depozytów (por. tabela 2).

Hipoteza o asymetryczności dostosowań stóp procentowych stosowanych przez banki komercyjne (por. np. Sznajderska [2013]) znalazła potwierdzenie empiryczne (por. tabela 3).

Oszacowania progów wskazują na różnice reakcji banków, gdy odchylenia od relacji długookresowej przekraczają  $-0,7\%$ ,  $-0,5\%$  dla kredytów i  $0,6\%$ ,  $0,4\%$  dla odpowiednio gospodarstw domowych i przedsiębiorstw. Jeśli oprocentowanie kredytów jest niższe niż wynika to z relacji długookresowej (znajduje się poniżej progów), wówczas reakcja banków jest silniejsza, niż w sytuacji przeciwnej. W przypadku depozytów jest odwrotnie: jeśli oprocentowanie jest zbyt wysokie wówczas banki reagują szybciej niż gdy jest ono poniżej trajek-

torii równowagi długookresowej. Taka polityka w oczywisty sposób najlepiej chroni interesy banków komercyjnych.

**Tabela 3. Oszacowania parametrów modeli TECM stóp procentowych oferowanych przez banki komercyjne**

Nazwa zmiennej	$\hat{\epsilon}_{t-1}^+$	$\hat{\epsilon}_{t-1}^-$	$\Delta IW_{t-s}^+$	$\Delta IW_{t-s}^-$	$\Delta IW_{t-s}$	$\hat{\tau}$ (w %)	$R^2$
Kredyty dla gospodarstw domowych	-0,165 (-5,29)	-0,608 (-3,01)	-	-	0,208 (4,28)	-0,7	0,49
Kredyty dla przedsiębiorstw	-0,260 (-7,11)	-0,406 (-4,62)	-	-	0,53 (16,20)	-0,5	0,79
Depozyty gospodarstw domowych	-0,296 (-4,11)	-0,171 (-6,83)	-	-	0,350 (7,24)	0,6	0,71
Depozyty przedsiębiorstw	-0,623 (-8,37)	-0,237 (-5,89)	0,536 (4,60)	0,774 (17,44)	-	0,4	0,87

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku oprocentowania kredytów – zarówno dla gospodarstw domowych, jak i przedsiębiorstw – brak jest asymetrii krótkookresowej. Podobnie jest dla oprocentowania depozytów gospodarstw domowych. Asymetryczne reakcje krótkookresowe na zmiany stopy WIBOR dotyczą oprocentowania depozytów przedsiębiorstw: banki komercyjne szybciej reagują na spadek stopy WIBOR niż jej wzrost (rezultaty różnią się od uzyskanych przez Karpa [2015b] ze względu na inną specyfikację równania długookresowego).

### Nakłady inwestycyjne

Asymetryczne dostosowania charakteryzują także nakłady inwestycyjne.

W gospodarce rynkowej, w długim okresie, popyt na kapitał produkcyjny, który jest determinowany rozmiarami produkcji, realizuje się w pełni poprzez wzrost nakładów inwestycyjnych. Można wskazać dwa dodatkowe czynniki wpływające na decyzje inwestycyjne przedsiębiorstw. Pierwszym są oczekiwania dotyczące przyszłej sytuacji gospodarczej, w odniesieniu do których można w najprostszym przypadku założyć, że są ekstrapolacją bieżącej sytuacji (aktualnej koniunktury). Drugim są (realne) stopy oprocentowania kredytów w bankach komercyjnych, które decydują o skłonności do zaciągania kredytów inwestycyjnych. Inwestycje infrastrukturalne i w sferze usług niematerialnych, finansowane ze środków publicznych, zależą od wydatków budżetu państwa (i budżetów jednostek terytorialnych) przeznaczanych na te cele. Wyniki estymacji parametrów równania długookresowego objaśniającego nakłady inwestycyjne brutto (ogółem), które łączy specyfikację popytową z elementami finansowania inwestycji są następujące:

$$j_t = -2,51 + x_t + 0,03 bc_t - 0,52 \left( \frac{1}{12} I_t^{KPcom} - PX_t \right) + 0,14 A_t + dummies \quad (34)$$

gdzie  $j_t$  oznacza nakłady inwestycyjne brutto ogółem,  $x_t$  – wartość dodaną ogółem,  $bc_t$  – wydatki majątkowe budżetu państwa (średnia ruchoma z 3 miesięcy),  $I_t^{KPcom}$  – oprocentowanie kredytów dla przedsiębiorstw oferowane przez banki komercyjne,  $PX_t$  – deflator wartości dodanej ogółem (tempo miesięczne),  $A_t$  – wskaźnik ogólnego klimatu koniunktury gospodarczej (w przemyśle), *dummies* – zmienne sztuczne wyróżniające okresy przed wejściem Polski do Unii Europejskiej oraz po wejściu aż do kryzysu finansowego.

Wpływ wskaźnika ogólnego klimatu koniunktury gospodarczej i realnych stóp procentowych jest zgodny z oczekiwaniami, choć (długookresowa) wrażliwość przedsiębiorstw na zmiany oprocentowania okazała się dość niska (ocena semielastyczności wynosi 0,52). Pozorne niedoszacowanie elastyczności nakładów inwestycyjnych względem wydatków budżetowych jest skutkiem niedoskonałości danych. Po pierwsze, zmienna  $bc_t$  nie zawiera wydatków majątkowych budżetów jednostek terytorialnych. Po drugie, wartość dodana ogółem  $x_t$  obejmuje (również) usługi nierynkowe, co oznacza, iż wzrost tych usług wymusza w długim okresie odpowiedni wzrost niezbędnych nakładów inwestycyjnych (co wynika z jednostkowej elastyczności). Parametr związany ze zmienną  $bc_t$  kwantyfikuje zatem „dodatkowy” wzrost nakładów inwestycyjnych związany ze źródłem finansowania. Ostateczna postać równania nakładów inwestycyjnych jest następująca:

$$\Delta j_t = \underset{(-4,36)}{-0,162} \hat{\varepsilon}_{t-1}^+ - \underset{(-1,89)}{0,064} \hat{\varepsilon}_{t-1}^- + \underset{(10,70)}{1,366} \Delta x_t^+ + \underset{(8,77)}{3,028} \Delta x_t^- - \underset{(-4,19)}{-0,307} \Delta \left( \frac{1}{12} I_t^{KPcom} - PX_t \right) + \textit{dummies} \quad (35)$$

$$R^2 = 0,71, \tau = 0,019.$$

Hipoteza dotycząca asymetryczności nakładów inwestycyjnych znalazła potwierdzenie empiryczne: dostosowanie nakładów inwestycyjnych jest ponad dwukrotnie silniejsze powyżej progu ( $\tau = 0,019$ ) niż w przypadku odwrotnym. Asymetryczne są także dostosowania krótkookresowe: inwestycje reagują prawie trzykrotnie silniej na spadek produkcji (elastyczność 3,03), niż na wzrost (elastyczność 1,37).

## Konsumpcja

W długim okresie rozmiary konsumpcji gospodarstw domowych,  $c_t$ , są zdeterminowane ich dochodami realnymi:

$$c_t = -0,04 + (y_t - pc_t) + \textit{dummies}, \quad (36)$$

gdzie  $y_t$  oznacza nominalne dochody gospodarstw domowych,  $pc_t$  – deflator konsumpcji indywidualnej. Założona, jednostkowa wartość (długookresowej) dochodowej elastyczności konsumpcji wynika z warunku globalnej stabilności (Grabowski, Welfe A. [2010]).

Na krótkookresową zmienność konsumpcji wpływ mają dodatkowo stopy oprocentowania depozytów oraz kredytów udzielanych gospodarstwom domowym przez banki komercyjne:

$$\Delta c_t = \underset{(-6,11)}{-0,064} \hat{\varepsilon}_{t-1} + \underset{(4,84)}{0,110} \Delta(y_t - pc_t) - \underset{(-3,74)}{0,192} \Delta(I_t^{DLcom}) - \underset{(-2,08)}{0,117} \Delta(I_t^{KLcom}) + \text{dummies} \quad (37)$$

$$R^2 = 0,60,$$

gdzie  $I_t^{DLcom}$  oznacza stopę oprocentowania depozytów gospodarstw domowych,  $I_t^{KLcom}$  – stopę oprocentowania kredytów dla gospodarstw domowych oferowaną przez banki komercyjne.

W modelu WM-1 spożycie zbiorowe jest determinowane wydatkami bieżącymi budżetu państwa, ponieważ brak jest danych dotyczących wydatków budżetów samorządowych.

### Wymiana z zagranicą

Jedną z cech okresu, który obejmuje próba jest silny wzrost udziału eksportu (i importu) w PKB, co wynika z bardzo wielu przyczyn, także instytucjonalnych (przede wszystkim wstąpienia Polski do UE i zniesienia barier celnych). Należy jednak przypuszczać, że ten proces otwierania gospodarki Polska ma już za sobą, a wspomniane udziały będą się stabilizować.

Założono, że w długim okresie eksport dostosowuje się w pełni do popytu zagranicy. Trudności z konstrukcją odpowiedniej zmiennej i fakt, że udział eksportu do Niemiec w całkowitym eksporcie wynosił ok. 40% spowodował, iż w roli zmiennej kwantyfikującej popyt wykorzystana została wartość dodana w Niemczech. Efekt wpływu zmian cen wyraża relacja cen dóbr eksportowanych do cen produkcji w Niemczech ważonych kursem walutowym:

$$ek_t = -2,78 + x_t^{de} - 0,980(pek_t^{pl} - px_t^{de} - q_t) + \text{dummies}, \quad (38)$$

gdzie  $ek_t$  oznacza eksport towarów,  $x_t^{de}$  – wartość dodaną w Niemczech,  $pek_t^{pl}$  – deflator złotowy eksportu,  $px_t^{de}$  – deflator wartości dodanej w Niemczech wyrażony w euro,  $q_t$  – kurs walutowy PLN/EUR. Restrykcja dotycząca jednostkowej elastyczności względem wyznacznika popytu (wartości dodanej w Niemczech) wynika z przesłanek teoretycznych i konieczności zachowania odpowiednich dynamicznych właściwości długookresowych (por. Grabowski, Welfe A. [2010]). Bliskie jedności jest oszacowanie elastyczności cenowej eksportu, co świadczy o dość neutralnym wpływie cen.

Powrót eksportu na trajektorię równowagi długookresowej jest relatywnie szybki, na co wskazuje wysoki parametr związany ze składnikiem korekty błędem (-0,185):

$$\Delta ek_t = \underset{(-3,68)}{-0,185} \hat{\varepsilon}_{t-1} + \underset{(2,37)}{1,560} \Delta x_t^{de} - \underset{(-8,62)}{0,623} \Delta(pek_t^{pl} - px_t^{de} - q_t) + \text{dummies} \quad (39)$$



$$R^2 = 0,39.$$

W przypadku importu założono, iż jest on komplementarny w stosunku do produkcji krajowej i w długim okresie rośnie proporcjonalnie do wzrostu spożycia (import konsumpcyjny,  $im_t^{kon}$ ), nakładów inwestycyjnych (import inwestycyjny,  $im_t^{imw}$ ), zużycia pośredniego zgłaszanego przez poszczególne sektory gospodarki skorygowanego o reeksport (import zaopatrzeniowy,  $im_t^{zao}$ ). Dodatkowo, na import konsumpcyjny oraz inwestycyjny wpływ mają relacje cen dóbr importowanych do krajowych:

$$im_t^{kon} = -1,99 + (0,95c_t + 0,05g_t) - 0,141(pm_t - pc_t) + dummies \quad (40a)$$

$$im_t^{imw} = -1,22 + j_t - 0,244(pm_t - pj_t) + dummies \quad (40b)$$

$$im_t^{zao} = 0,03 + (0,61x_t^{prz} + 0,06x_t^{bud} + 0,02x_t^{rol} + 0,17x_t^{ur} + 0,03x_t^{un} + 0,11ek_t) + dummies, \quad (40c)$$

gdzie  $g_t$  oznacza spożycie zbiorowe,  $j_t$  – nakłady inwestycyjne brutto,  $pm_t$  – deflator importu,  $pc_t$  – deflator konsumpcji indywidualnej,  $pj_t$  – deflator nakładów inwestycyjnych brutto,  $x_t^{rol}$ ,  $x_t^{prz}$ ,  $x_t^{bud}$ ,  $x_t^{ur}$ ,  $x_t^{un}$  – oznaczają odpowiednio wartość dodaną w przemyśle, budownictwie, rolnictwie, usługach rynkowych i usługach nierynkowych,  $ek_t$  – eksport. Wytluszczone parametry pochodzą z macierzy przepływów międzygałęziowych.

Nie udało się pozytywnie zweryfikować wpływu (relatywnych) cen importu na import zaopatrzeniowy, co może oznaczać, że w długim okresie możliwości substytucji importowanych surowców, materiałów i półproduktów produkowanymi w kraju są bardzo ograniczone.

Oszacowania parametrów odpowiednich modeli ECM są następujące:

$$\Delta im_t^{kon} = \underset{(-4,24)}{-0,214} \hat{\varepsilon}_{t-1} + \underset{(6,29)}{2,657} \Delta(0,95c_t + 0,05g_t) - \underset{(-3,00)}{0,339} \Delta(pm_t - pc_t) + dummies \quad (41a)$$

$$R^2 = 0,44,$$

$$\Delta im_t^{imw} = \underset{(-3,46)}{-0,151} \hat{\varepsilon}_{t-1} + \underset{(3,13)}{0,601} \Delta j_t - \underset{(-4,45)}{1,020} \Delta(pm_t - pj_t) + dummies \quad (41b)$$

$$R^2 = 0,36,$$

$$\Delta im_t^{zao} = \underset{(-2,73)}{-0,124} \hat{\varepsilon}_{t-1} + \underset{(7,89)}{2,185} \Delta(0,61x_t^{prz} + 0,06x_t^{bud} + 0,02x_t^{rol} + 0,17x_t^{ur} + 0,03x_t^{un} + 0,11ek_t) - \underset{(-6,94)}{0,810} \Delta(pm_t - px_t) \quad (41c)$$

$$R^2 = 0,36,$$

gdzie  $px_t$  oznacza deflator wartości dodanej ogółem.

Oszacowania wskazują na to, że dostosowania do trajektorii równowagi długookresowej są zdecydowanie najszybsze w przypadku importu konsumpcyjnego, co może świadczyć, iż stosunkowo najłatwiej jest tu zawierać nowe kontrakty lub modyfikować istniejące. W przypadku wszystkich rodzajów importu istotne okazały się krótkookresowe dostosowania cenowe.

## Produkcja

W modelu WM-1 wartość dodana została zdezagregowana na pięć sektorów: przemysł, budownictwo, usługi rynkowe, usługi nierynkowe i rolnictwo, zaś wartość dodana ogółem wyznaczana jest z tożsamości.

Założono, iż ze względu na występowanie niewykorzystanych zasobów czynników produkcji (wolne moce produkcyjne i bezrobocie), w długim okresie, wartość dodana dostosowuje się elastycznie do popytu zgłaszanego przez odbiorców krajowych i zagranicznych (jest to powszechnie przyjmowane założenie w modelach zorientowanych popytowo):

$$x_t^k = \beta_0 + \ln(\varphi_1 C_t + \varphi_2 G_t + \varphi_3 AK_t + \varphi_4 EK_t) + \varepsilon_t, \quad (42)$$

gdzie  $x_t^k$  oznacza wartość dodaną w sektorze  $k$ ,  $C_t$  – konsumpcję indywidualną,  $G_t$  – konsumpcję zbiorową,  $AK_t$  – akumulację (nakłady inwestycyjne brutto oraz zmiana stanu zapasów),  $EK_t$  – eksport,  $\varphi_j$  – mnożniki wartości dodanej względem popytu finalnego pochodzące z macierzy input-output.

Tabela 4. Macierz mnożników wartości dodanej względem popytu finalnego

	Konsumpcja indywidualna	Konsumpcja zbiorowa	Akumulacja	Eksport
	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$
Przemysł	0,141	0,053	0,166	0,223
Budownictwo	0,033	0,013	0,248	0,021
Usługi rynkowe	0,416	0,191	0,226	0,284
Usługi nierynkowe	0,050	0,572	0,008	0,005
Rolnictwo	0,036	0,009	0,013	0,023

Źródło: opracowanie własne.

Oszacowania parametrów odpowiednich modeli korekty błędem dla poszczególnych sektorów postaci:

$$\Delta x_t^k = \alpha_k \hat{\varepsilon}_{t-1} + \gamma_k \Delta \ln(\varphi_1 C_t + \varphi_2 G_t + \varphi_3 AK_t + \varphi_4 EK_t) + \varepsilon_t \quad (43)$$

zostały zestawione w tabeli 5.

**Tabela 5. Oszacowania parametrów modeli ECM wartości dodanej poszczególnych sektorów**

Nazwa zmiennej	$\hat{\alpha}_k$	$\hat{\gamma}_k$	$R^2$
Przemysł	-0,149 (-5,71)	0,418 (9,18)	0,35
Budownictwo	-0,053 (-3,09)	0,141 (3,47)	0,40
Usługi rynkowe	-0,078 (-3,86)	0,467 (10,45)	0,33
Usługi nierynkowe	-0,140 (-5,46)	0,404 (5,25)	0,29
Rolnictwo	-0,123 (-3,99)	0,813 (3,71)	0,28

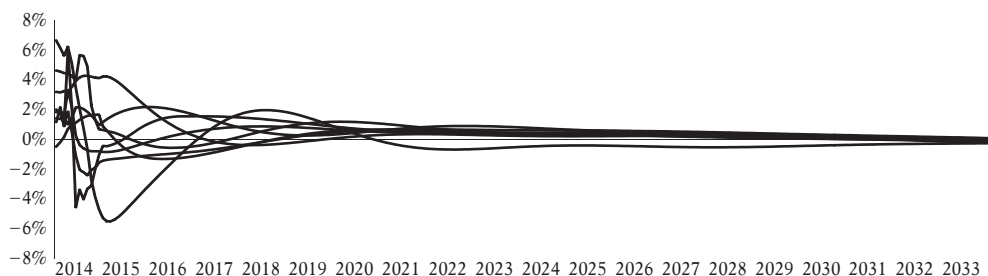
Źródło: opracowanie własne.

Dostosowania do trajektorii równowagi długookresowej są istotne we wszystkich sektorach (najszybsze w przemyśle i usługach nierynkowych), co potwierdza występowanie mechanizmu korekty błędem.

### Analiza właściwości modelu WM-1

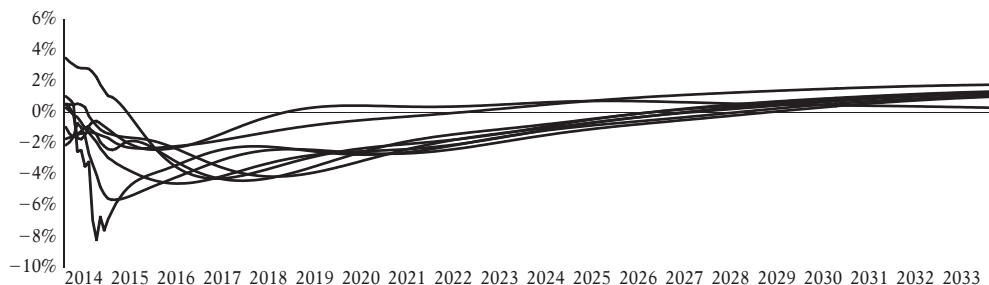
Procedura konstrukcji modelu została przeprowadzona zgodnie z zasadami budowy modeli wielorównaniowych (por. Welfe A. [2009], Welfe A. i in. [2002]). Równania zaakceptowane w procesie estymacji i uzupełnione o niezbędne tożsamości zostały połączone w zbiór równań, który został zweryfikowany pod względem kompletności oraz poprawności kodowania (weryfikacja reszt). Model WM-1 jest silnie sprzężonym systemem nieliniowym dlatego wnioskowanie i badanie jego właściwości możliwe jest jedynie przy zastosowaniu technik symulacyjnych.

**Rysunek 2a. Długookresowe rozwiązanie dynamiczne modelu WM-1 o horyzoncie dwudziestu lat.**  
Tempa roczne wybranych zmiennych realnych: konsumpcja indywidualna, zbiorowa, nakłady inwestycyjne, eksport, import, zatrudnienie ogółem, przeciętne płace realne ogółem



Źródło: opracowanie własne.

**Rysunek 2b.** Długookresowe rozwiązanie dynamiczne modelu WM-1 o horyzoncie dwudziestu lat.  
Tempa roczne wybranych zmiennych nominalnych: deflatory, kurs walutowy, stopy procentowe, przeciętne płace nominalne ogółem



Źródło: opracowanie własne.

Podstawową właściwością modelu wielorównaniowego powinna być stabilność długookresowa, co oznacza brak tzw. martwych trendów powodujących ciągle wzrost (lub spadek) zmiennych. Weryfikacja polega na przeprowadzeniu symulacji (prognozy *ex ante*) o horyzoncie sto i więcej okresów przy jednoczesnym zamrożeniu wartości zmiennych egzogenicznych na poziomie pierwszego okresu symulacji (zwykle jest to ostatni okres próby). Pozwala to zidentyfikować wadliwe równania lub ich grupy, powrócić na etap estymacji i zrekonstruować model. Wynik symulacji dla wybranych, kluczowych realnych i nominalnych zmiennych endogenicznych przedstawiają rysunki 2a i 2b. Tempa wzrostu wszystkich zmiennych zbiegają do zera, co jest dowodem na stabilność długookresową modelu WM-1

W kolejnym etapie przeprowadzono liczne deterministyczne i stochastyczne analizy wrażliwości systemu. Zaburzano zarówno zmienne egzogeniczne, jak i endogeniczne, a wprowadzane szoki miały charakter impulsowy oraz podtrzymany, aby zweryfikować, czy nie powodują one reakcji wybuchowych. Także w tym przypadku model WM-1 okazał się dynamicznie stabilny, co oznacza, że zmienne dążą do długookresowych trajektorii równowagi. Dalsze prace będą polegać na analizach symulacyjnych (mnożnikowych), w których zaburzenia zostaną tak dobrane, aby zachować pełną interpretację ekonomiczną wyników. Rezultaty zostaną jednak zaprezentowane w odrębnym opracowaniu.

## Zakończenie

Model WM-1 jest pierwszym makromodelem gospodarki Polski opartym na danych miesięcznych. Zastosowane metody estymacji uwzględniają fakt, że większość kategorii którymi operuje jest generowana przez niestacjonarne procesy stochastyczne i zapewniają kointegrację zmiennych. Pozwoliło to na prawidłową weryfikację hipotez. Specyfikacja wszystkich zależności behawioralnych wynika z teorii ekonomicznych. W modelu wykorzystano w szerokim zakresie dane pochodzące z tablic input-output, co zbliża go do tzw. modeli

zintegrowanych (por. Tomaszewicz [1994]). W przypadku wielu ważnych równań uwzględnione zostało zjawisko niesymetryczności dostosowań.

Długookresowe właściwości modelu i rezultaty otrzymane w analizie szoków pozwalają sądzić, że jest to system przygotowany do wykorzystania w analizach mnożnikowych i prognostycznych.

## Bibliografia

- Aglietta R., Courbis R. [1969], Outil pour le plan: le modele FIFI, *Economie et Statistique*, no. 1: 45–65.
- Aglietta R., Courbis R., Seibel C. [1973], *Le modele FIFI*, Series C, no. 22, INSEE, Paris.
- Baranowski P. [2008], Reguła Taylora oraz jej rozszerzenia – przegląd badań, *Gospodarka Narodowa*, nr 7–8: 1–23.
- Barczak A., Ciepielewska B., Jakubczyc T., Pawłowski Z. [1968], *Model ekonometryczny gospodarki Polski Ludowej*, PWE, Warszawa.
- Bodkin R.G., Klein L.R., Marwah K. (red.) [1991], *A history of macroeconomic model-building*, E. Elgar, Alderhot.
- Brzeszczyński J., Kelm R., Welfe A. [1996], Banki danych wysokiej częstotliwości modeli serii WK, *Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki Uniwersytetu Łódzkiego*, nr 119.
- Brzoza-Brzezina M. [2003], Rola naturalnej stopy w polskiej polityce pieniężnej, *Ekonomista*, vol. 5: 593–612.
- Duesenberry J.G., Fromm G., Klein L.R., Kuh E. (red.) [1965], *The brookings quarterly econometric model of the United States*, Rand McNally, Chicago.
- Duesenberry J.G., Fromm G., Klein L.R., Kuh E. (red.) [1969], *The brookings model: some further results*, Rand McNally, Chicago.
- Enders W., Granger C.W.J. [1998], Unit-root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates, *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 16: 304–311.
- Enders W., Siklos P.L. [2001], Co-integration and threshold adjustment, *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 19: 166–177.
- Grabowski W., Welfe A. [2010], Global stability of dynamic models, *Economic Modelling*, vol. 28:782–784.
- Gradzewicz M., Kolasa M. [2004], Szacowanie luki popytowej dla gospodarki polskiej przy wykorzystaniu metody VECM, *Bank i Kredyt*, vol. 35, no. 2: 14–30.
- Greenslade J.V., Hall S.G., Henry S.G.B. [1999], *On the identification of cointegrated systems in small samples: practical procedures with an application to UK wages and prices*, Centre for Economic Forecasting London Business School, Discussion Paper.
- Grzęda-Latocha R. [2005], *Ekonometryczna analiza determinantów inflacji i stopy procentowej w strefie euro na podstawie danych ankietowych*, Wydawnictwo Biblioteka, Łódź.
- Intriligator M.D. [1978], *Econometric models, techniques and applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Johansen S., Juselius K. [1992], Testing structural hypotheses in a multivariate cointegration analysis of the PPP and the UIP for UK, *Journal of Econometrics*, vol. 53: 211–244.

- Karp P. [2015a], Asymetryczny wpływ zmian kursu walutowego na gospodarkę Polski, *Gospodarka Narodowa*, vol. 6: 29–49.
- Karp P. [2015b], Asymetryczny wpływ zmiany stopy procentowej WIBOR na stopy banków komercyjnych oraz gospodarkę Polski, *Studia Prawno-Ekonomiczne*, t. XCV: 261–287.
- Kelm R. [2010], The exchange rate and two price inflations in Poland in the period 1999–2009. Do globalization and Balassa-Samuelson effect matter?, *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics*, vol. 2: 315–349.
- Kelm R. [2013], *Kurs złoty/euro. Teoria i empiria*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Kęłbowski P. [2011], The behaviour of exchange rates in the Central European countries and credit default risk premiums, *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics*, vol. 3: 221–236.
- Kęłbowski P. [2015], Fixed or float? PVEC model of exchange rate for Central European countries. implications for Poland, *Materiały i Studia*, nr 312, National Bank of Poland.
- Kęłbowski P., Welfe A. [2010], Estimation of the equilibrium exchange rate: The CHEER approach, *Journal of International Money and Finance*, vol. 29: 1385–1397.
- Kęłbowski P., Welfe A. [2012], A risk-driven approach to exchange-rate modelling, *Economic Modelling*, vol. 29: 1473–1482.
- Kotłowski J. [2016], *Polityka pieniężna zorientowana na przyszłość. Wybrane aspekty analityczne*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Leszkiewicz-Kędzior K., Welfe A. [2014], Asymmetric price adjustments in the fuel market, *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics*, vol. 6: 105–127.
- MacDonald R. [2007], *Exchange rate economics. Theories and evidence*, Routledge, New York.
- Maciejewski W., Opara W., Zajchowski J. [1973], Ekonometryczny model gospodarki Polski KP-1, *Gospodarka Narodowa*, nr 8: 550–555.
- Maciejewski W., Zajchowski J. [1974], Ekonometryczny model gospodarki narodowej KP-2, *Gospodarka Narodowa*, nr 8: 670–675.
- Svensson L.E.O., Woodford M. [2003], Indicator variables for optimal policy, *Journal of Monetary Economics*, vol. 50, no. 3: 607–654.
- Sznajderska A. [2013], On the empirical evidence of asymmetric effects in the Polish interest rate pass-through, *Journal of Economic Asymmetries*, vol. 10: 78–93.
- Taylor J.B. [1993], Discretion versus policy rules in practice, *Carnegie-Rochester Series on Public Policy*, vol. 39, no. 1: 195–214.
- Taylor J.B. [1999], The robustness and efficiency of monetary policy rules as guidelines for interest rate setting by the European Central Bank, *Journal of Monetary Economics*, vol. 43: 655–679.
- Taylor J.B. [2007], *Explanatory power of monetary policy rules*, NBER Working Paper 13685.
- Taylor J.B., Williams J.C. [2010], *Simple and robust rules for monetary policy*, Working Papers Series, Federal Reserve Bank of San Francisco.
- Tomaszewicz Ł. [1994], *Metody analizy input-output*, PWE, Warszawa.
- Welfe A. (red.) [2000], *Gospodarka Polski w okresie transformacji*, PWE, Warszawa.
- Welfe A. [2009], *Ekonometria. Metody i ich zastosowanie*, PWE, Warszawa.
- Welfe A. (red.) [2013], *Analiza kointegracyjna w makromodelowaniu*, PWE, Warszawa.



- Welfe A., Karp P., Kelm R. [2002], *Makroekonometryczny model gospodarki Polski*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Welfe A., Karp P., Kęłowski P. [2006], *Mechanizmy makroekonomiczne w gospodarce polskiej. Analiza ekonometryczna*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Welfe A., Kelm R. [1995a], Szacunek makrokategorii dla okresów kwartalnych, *Wiadomości Statystyczne*, nr 4: 12–16.
- Welfe A., Kelm R. [1995b], Szacunek produktu krajowego brutto Polski dla okresów kwartalnych, *Wiadomości Statystyczne*, nr 10: 1–5.
- Welfe A., Kelm R. [1996a], Porównanie szacunków makrokategorii dla okresów kwartalnych dla Polski, *Wiadomości Statystyczne*, nr 4: 49–56.
- Welfe A., Kelm R. [1996b], Szacunek produktu krajowego brutto podzielonego Polski dla okresów kwartalnych, *Wiadomości Statystyczne*, nr 8: 31–42.
- Welfe A., Kelm R. [1996c], Prognozowanie produktu krajowego brutto w przekroju kwartalnym, *Gospodarka Narodowa*, nr 1–2: 29–32.
- Welfe W. [1973], A medium term econometric model of the Polish economy, *Prace IEiS UŁ*, nr 8, Łódź.
- Welfe W. [1992], *Ekonometryczne modele gospodarki narodowej Polski*, PWE, Warszawa.
- Welfe W. [2010], *Zarys historii ekonometrycznego modelowania gospodarki narodowej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Welfe W. [2013], *Macroeconometric Models*, Springer, Heilderberg.
- Welfe W., Juszczak-Szumacher G., Kelm R., Łapińska-Sobczak N. [1995], *Kwartalny model gospodarki Polski. Struktura i własności*, UN-O, Warszawa.
- Welfe W., Welfe A. [2004], *Ekonometria stosowana*, PWE, Warszawa.
- Wojtyna A. [2004], *Szkice o polityce pieniężnej*, PWE, Warszawa.
- Woodford M. [2001], The Taylor rule and optimal monetary policy, *American Economic Review*, vol. 91, no. 2: 232–237.
- Woodford M. [2003], *Interest & prices: Foundations of Monetary Policy*, Princeton University Press, Princeton–New Jersey.
- Walsh C. [2003], *Monetary theory and policy*, MIT Press, Cambridge.

## THE WM-1 MONTHLY MACROECONOMETRIC MODEL OF THE POLISH ECONOMY

### Abstract

The WM-1 model is the first macromodel of the Polish economy based on monthly data. Most time series are generated by non-stationary processes. Therefore the estimation has been made in such a way that it allows for the cointegration of the variables (ECM, TECM and CVAR models were used). This prevented spurious regressions and ensured appropriate statistical inference. A specification of all the behavioral equations follows economic theory. The model also exploits data from Input-Output tables. In the case of many important equations, the asymmetry of the reactions has been taken into account.

**Keywords:** macromodels, econometric modeling

**JEL classification codes:** C30, C32, C51

---